



Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs)

Bibliografía

Matemáticas II CC.Ambientales

Presentación de la Asignatura

Dr. Salvador Merino Córdoba

Profesor Titular de Matemática Aplicada de la Universidad de Málaga
Profesor Tutor de Matemáticas de la UNED
Doctor en Ciencias Matemáticas y Ldo.de Grado en Estadística

Centro Asociado de Málaga. C/Sherlock Holmes 4, 29006. Tfno.952363297

salmerino@malaga.uned.es

Titulaciones de Grado
Ingenierías y Ciencias



Contenido

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs))

Bibliografía

- 1 Estructura de la Asignatura
- 2 WxMaxima
- 3 Álgebra Lineal
 - Álgebra de matrices
 - Sistemas de ecuaciones lineales
 - El espacio vectorial \mathbb{R}^n
 - Subespacios vectoriales de \mathbb{R}^n
 - Autovalores y autovectores
 - Aplicaciones lineales
- 4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs))
 - Ecuaciones diferenciales de primer orden
 - Sistemas lineales de EDOs
- 5 Bibliografía



Presentación del Profesor

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs))

Bibliografía



Salvador Merino Córdoba es Doctor en Ciencias Matemáticas y Licenciado de Grado en Estadística e Investigación Operativa. Imparte docencia tanto en la Universidad de Málaga como en la Universidad Nacional de Educación a Distancia.

salmerino@malaga.uned.es

Sus principales líneas de investigación se basan en la aplicación de las matemáticas a las diferentes ramas de las ciencias y las ingenierías y en su divulgación a través de las nuevas tecnologías.



Presentación de la asignatura

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs)

Bibliografía

La asignatura **Matemáticas II** está encuadrada dentro de la materia de Matemáticas que comprende las siguientes asignaturas:

- 1 Matemáticas I (primer curso y primer cuatrimestre)
- 2 Matemáticas II (primer curso y segundo cuatrimestre)
- 3 Estadística aplicada al medio ambiente (segundo curso y primer cuatrimestre)
- 4 Modelos matemáticos en ciencias ambientales (optativa de cuarto curso)

Matemáticas II es una asignatura de Formación Básica de **6 ECTS** que se cursa en el **segundo cuatrimestre del primer curso**. La asignatura se encuentra dividida en dos bloques: **Álgebra Lineal** y **Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**.



Objetivos y competencias

El objetivo de la asignatura es que el alumno adquiera destreza en el manejo de los conceptos matemáticos fundamentales, lo que le permitirá aplicarlos a la modelación y resolución de problemas relacionados con el estudio del medio ambiente.

En lo referente al **Álgebra Lineal** deberá manejarse el cálculo con matrices y sus aplicaciones a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, así como comprender el concepto de base de un espacio vectorial y su aplicación a la diagonalización de matrices.

Respecto a las **Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**, el objetivo es adquirir el manejo de los métodos básicos de resolución de ecuaciones de primer orden y algunas sencillas de orden superior, así como los sistemas lineales de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes.



Índice General

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs)

Bibliografía

- 1 Estructura de la Asignatura
- 2 WxMaxima
- 3 Álgebra Lineal
 - Álgebra de matrices
 - Sistemas de ecuaciones lineales
 - El espacio vectorial \mathbb{R}^n
 - Subespacios vectoriales de \mathbb{R}^n
 - Autovalores y autovectores
 - Aplicaciones lineales
- 4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs)
 - Ecuaciones diferenciales de primer orden
 - Sistemas lineales de EDOs
- 5 Bibliografía



Tutorías

Las tutorías podrán tener carácter presencial o virtual:

- Las **tutorías presenciales** se realizarán en persona o por vía telefónica en el **Centro Asociado de Málaga los Martes de 16:00 a 17:00 horas en el Despacho número 10** y estarán enfocadas principalmente a la resolución de dudas y ejercicios de la asignatura.
- Las **tutorías virtuales** se realizarán a través de **Webconferencia** los Martes de 17:00 a 18:00 horas y en ellas se expondrán los principales temas de la asignatura y su temporalización y se dará respuesta a aquellos puntos que puedan tener una mayor dificultad de comprensión.
- En caso de seminarios impartidos en **aulas AVIP**, podrá asistirse a los mismos en persona o de forma virtual a través de la plataforma.



Evaluación

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs)

Bibliografía

La Prueba Presencial se realiza por parte del profesorado de la Sede Central en los Centros Asociados y en las fechas fijadas por la UNED. Consistirá en **un examen de tipo test con 10 preguntas y una duración de 2 horas**. Cada pregunta tendrá 3 posibles respuestas, un acierto sumará 1 punto, un error restará 0.25 puntos, y si no se contesta ni suma ni resta puntos.

Aparte, se realizará una **prueba de evaluación continua (PEC)** que consistirá en una prueba **tipo test on-line**. La fecha y hora de inicio de dicha prueba, así como sus detalles específicos, se anunciarán en el curso virtual. Es de carácter voluntario y podrá representar un 10% de la calificación final.

En caso de que el alumno decida no realizar la prueba de evaluación continua (PEC), su nota final será la que obtenga en la Prueba Presencial.



Contenido

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs))

Bibliografía

- 1 Estructura de la Asignatura
- 2 WxMaxima
- 3 Álgebra Lineal
 - Álgebra de matrices
 - Sistemas de ecuaciones lineales
 - El espacio vectorial \mathbb{R}^n
 - Subespacios vectoriales de \mathbb{R}^n
 - Autovalores y autovectores
 - Aplicaciones lineales
- 4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs))
 - Ecuaciones diferenciales de primer orden
 - Sistemas lineales de EDOs
- 5 Bibliografía



WxMaxima

Seminarios

Salvador Merino

Estructura de la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs)

Bibliografía

En este tema haremos una breve introducción al software libre para posteriormente adentrarnos en la instalación, conocimiento y uso del software WxMaxima.

The screenshot shows the WxMaxima interface with the following content:

- Menu bar: File, Edit, Maxima, Equations, Algebra, Calculus, Simplify, Plotting, Numeric, Help
- Command line:
 - (%o1) $\text{is}(5^9=42);$
 - (%o1) false
 - (%o2) $\text{wplot3d}(\cos(\sqrt{x^2+y^2}), [x,-2*\%pi,2*\%pi], [y,-2*\%pi,2*\%pi], [\text{grid},50,50], [\text{gnuplot_pm3d},\text{true}]);$
- Output file: "home/omegatron/maxout.png"
- 3D Plot: A surface plot of $\cos(\sqrt{x^2+y^2})$ over a grid. The plot shows a wave-like surface with a color scale from -1 to 1.
- Mathematical operations:
 - (%o3) $\text{matrix}([x^2+x, y^2+y, z^2+z], [x^2, y^2, z^2], [y+x^2, z+y^2, z^2+x]);$
 - (%o4) $\text{integrate}(x[1+x^3], x) = \text{integrate}(x[1+x^3], x);$
 - (%o4) $\int \frac{x}{x^3+1} dx = \frac{\log(x^2-x+1)}{2} + \frac{\arctan\left(\frac{2x-1}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}} + \frac{\log(x+1)}{3}$



Este programa, recomendado por la UNED para la resolución de todo tipo de problemas de matemáticas, se basa en la metodología CAS (Computer Algebra System) y es de uso generalizado en el ámbito científico y tecnológico.



Contenido

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Álgebra de
matrices

Sistemas de
ecuaciones
lineales

El espacio
vectorial \mathbb{R}^n

Subespacios
vectoriales de \mathbb{R}^n

Autovalores y
autovectores

Aplicaciones
lineales

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs)

Bibliografía

1 Estructura de la Asignatura

2 WxMaxima

3 **Álgebra Lineal**

- Álgebra de matrices
- Sistemas de ecuaciones lineales
- El espacio vectorial \mathbb{R}^n
- Subespacios vectoriales de \mathbb{R}^n
- Autovalores y autovectores
- Aplicaciones lineales

4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs)

- Ecuaciones diferenciales de primer orden
- Sistemas lineales de EDOs

5 Bibliografía



Álgebra de Matrices

Partiremos del concepto general de una matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij}) \text{ con } \begin{matrix} i \in \{1, \dots, m\} \\ j \in \{1, \dots, n\} \end{matrix}$$

y posteriormente estudiaremos:

- Las operaciones básicas (suma, producto por escalares y producto matricial)
- Su estructura algebraica
- La equivalencia mediante transformaciones elementales
- La dependencia y el rango
- Cálculo de determinantes

Aplicaciones: Grafos, modelos industriales, cadenas de Markov



Sistemas de ecuaciones lineales

Partiremos del concepto general de un sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{cccc} a_{11}x_1 & a_{12}x_2 & \dots & a_{1n}x_n = b_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}x_1 & a_{m2}x_2 & \dots & a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right\} \Rightarrow AX = b$$

y para resolverlo estudiaremos:

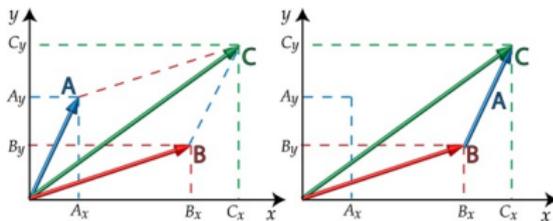
- La compatibilidad y el Método de Cramer
- El Método de Gauss
- El Método de Gauss-Jordan
- El Cálculo de matrices inversas
- El Método LU

Aplicaciones: Cálculo de estructuras, circuitos eléctricos

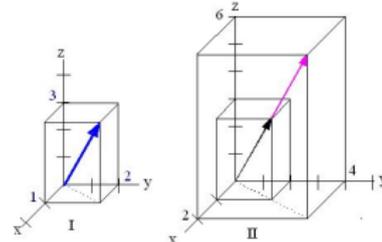


El espacio vectorial \mathbb{R}^n

Partiremos de las operaciones básicas con vectores:



Suma de vectores



Producto de un vector por un escalar

y estudiaremos:

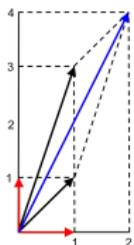
- Estructura de espacio vectorial
- Propiedades
- Dependencia e independencia lineal
- Cálculo del rango

Aplicaciones: Diseño espacial, test experimentales, trazabilidad

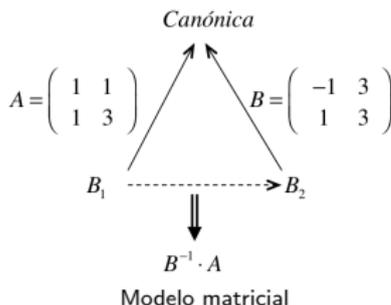


Subespacios vectoriales de \mathbb{R}^n

Entre otros conceptos profundizaremos en el cambio de bases:



Modelo vectorial



estudiando:

- Sistemas generadores y bases
- Cambios de base
- Intersección y suma de subespacios
- Tipos de ecuaciones

Aplicaciones: Perspectivas, videojuegos, sistemas de posicionamiento



Autovalores y autovectores

Seminarios

Salvador Merino

Estructura de la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Álgebra de matrices

Sistemas de ecuaciones lineales

El espacio vectorial \mathbb{R}^n

Subespacios vectoriales de \mathbb{R}^n

Autovalores y autovectores

Aplicaciones lineales

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs)

Bibliografía

Entre otros conceptos profundizaremos en:

- Diagonalización de endomorfismos
- Cálculo de autovalores y autovectores
- Propiedades y unicidad
- Multiplicidad algebraica y geométrica
- Caracterización de endomorfismos
- Diagonalización de matrices

Aplicaciones: Buscadores en internet, mecánica cuántica, cálculo de vibraciones en sólidos



Aplicaciones lineales

Entre otros conceptos profundizaremos en el cambios de bases entre espacios vectoriales:

$$\begin{array}{ccc} \langle \mathcal{B}_V \rangle & \xrightarrow{A} & \langle \mathcal{B}_W \rangle \\ \uparrow P & & \uparrow Q \\ \langle \mathcal{B}'_V \rangle & \xrightarrow{A' = Q^{-1}AP} & \langle \mathcal{B}'_W \rangle \end{array}$$

y estudiaremos:

- Tipos de aplicaciones lineales
- Dependencia e independencia
- Núcleo e imagen
- Representación matricial
- Cambio de base y semejanza de endomorfismos

Aplicaciones: Modificaciones en el espacio, cambios de escala



Contenido

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs))

Ecuaciones
diferenciales de
primer orden
Sistemas lineales
de EDOs

Bibliografía

- 1 Estructura de la Asignatura
- 2 WxMaxima
- 3 Álgebra Lineal
 - Álgebra de matrices
 - Sistemas de ecuaciones lineales
 - El espacio vectorial \mathbb{R}^n
 - Subespacios vectoriales de \mathbb{R}^n
 - Autovalores y autovectores
 - Aplicaciones lineales
- 4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs))
 - Ecuaciones diferenciales de primer orden
 - Sistemas lineales de EDOs
- 5 Bibliografía



Ecuación diferencial ordinaria (EDO) de primer orden

Seminarios

Salvador Merino

Estructura de la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs)

Ecuaciones diferenciales de primer orden
Sistemas lineales de EDOs

Bibliografía

Entre otros conceptos profundizaremos en:

- Tipos de soluciones de una EDO
- Problemas de Cauchy y Teorema de existencia y unicidad de soluciones
- Ecuaciones separadas y separables
- Ecuaciones homogéneas
- Ecuaciones exactas y factor integrante
- Ecuaciones lineales
- Ecuaciones de Bernouille
- Ecuación de Riccati

Aplicaciones: Ecuaciones del crecimiento biológico, epidemiología, problemas económicos de oferta y demanda



Sistemas lineales de EDOs

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs)

Ecuaciones
diferenciales de
primer orden
Sistemas lineales
de EDOs

Bibliografía

Previamente a la resolución de sistemas de EDOs estudiaremos las EDOs de orden superior:

- EDOs lineales homogéneas con coeficientes constantes
- Método de los coeficientes indeterminados
- Método de variación de las constantes
- Método operacional

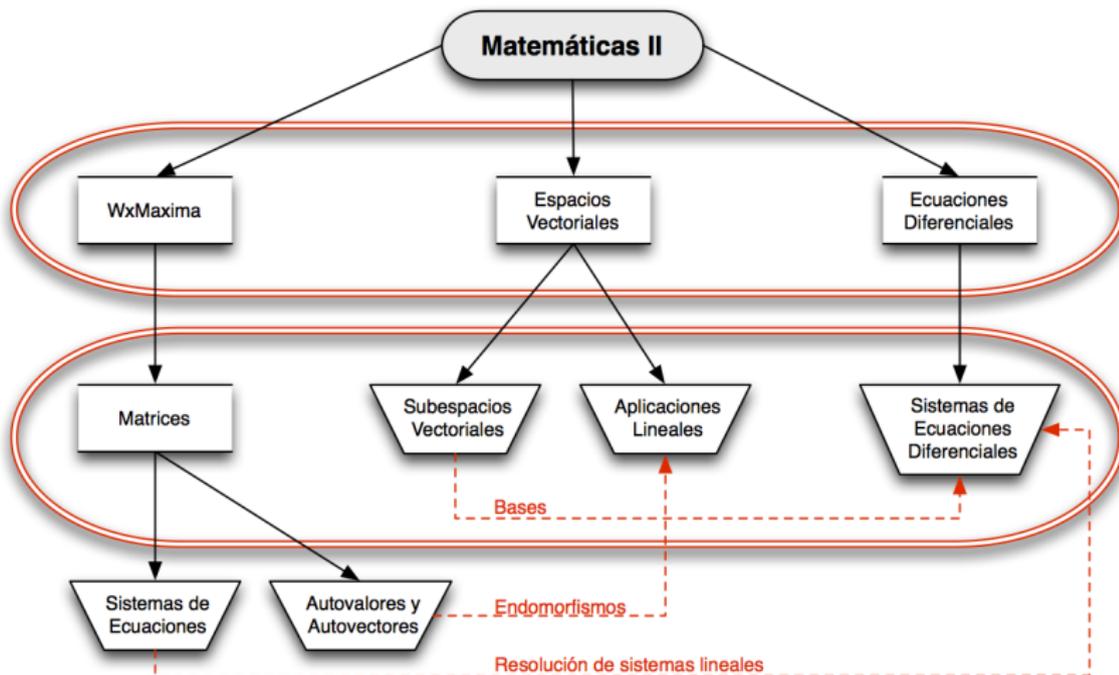
y posteriormente veremos para sistemas de EDOs:

- Tipos de soluciones de un sistema de EDOs
- Resolución por reducción a una ecuación de orden superior
- Generalización a sistemas de orden superior
- Sistemas de EDOs con coeficientes constantes

Aplicaciones: Concentraciones químicas y mezclas, ecuaciones de movimiento, flujo de calor



Conclusiones



Toda la información expuesta puede ser consultada en la web de la UNED y descargada través del blog:
<http://smerinouma.blogspot.com.es/>



Contenido

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs))

Bibliografía

- 1 Estructura de la Asignatura
- 2 WxMaxima
- 3 Álgebra Lineal
 - Álgebra de matrices
 - Sistemas de ecuaciones lineales
 - El espacio vectorial \mathbb{R}^n
 - Subespacios vectoriales de \mathbb{R}^n
 - Autovalores y autovectores
 - Aplicaciones lineales
- 4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs))
 - Ecuaciones diferenciales de primer orden
 - Sistemas lineales de EDOs
- 5 Bibliografía



Bibliografía

Seminarios

Salvador
Merino

Estructura de
la Asignatura

WxMaxima

Álgebra Lineal

Ecuaciones
Diferenciales
Ordinarias
(EDOs)

Bibliografía

- [1] Estrada López, Beatriz y Borobia Vizmanos, Alberto: **Matemáticas para Ciencias Ambientales: Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales. 3ª Edición.** Editorial Sanz y Torres, España. I.S.B.N.: 9788415550846, 2015.
- [2] Hernández, A.M.D. y García, E.H. y Escribano, L.T.: **Ejercicios de álgebra para ingenieros: incluye ejercicios resueltos con MAXIMA.** Editorial Sanz y Torres, España. I.S.B.N.: 9788415550181, 2012.
- [3] Hernández, A.M.D. y García, E.H. y Escribano, L.T.: **Álgebra para Ingenieros.** Editorial Sanz y Torres, España. I.S.B.N.: 9788492948246, 2010.
- [4] Lay, D.C. y Murrieta, J.M.: **Algebra lineal y sus aplicaciones.** Editorial Pearson Educación, España. I.S.B.N.: 9789702609063, 2007.