LÓGICA I 2017a

1) Diga cuáles de las siguientes fórmulas son tautológicas, cuáles contingentes y cuáles contradictorias. Justifique su respuesta:

a.- $\neg q \wedge \neg (p \wedge \neg p)$
Contingente.
$p \wedge \neg p$ es una contradicción, siempre falsa, tenga el valor que tenga p.
$\neg (p \wedge \neg p)$ es, por tanto, una tautología, siempre verdadera.
El valor de $\neg q \wedge \neg (p \wedge \neg p)$ dependerá del valor de q. Puesto que puede ser verdadero o falso, la fórmula tendrá interpretaciones verdaderas e interpretaciones falsas
caso q-V: $\neg V \wedge V$ (F)
caso q-F: $\neg F \wedge V$ (V)

b.- $(p \rightarrow (\neg q \vee (\neg r \wedge p))) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p)))$
Tautológica.
El consecuente equivale a $\neg q \vee (\neg p \vee (\neg q \vee p))$, que equivale a $\neg q \vee \neg p \vee p$.
Puesto que $\neg p \vee p$ es una tautología, el consecuente de la fórmula b es siempre verdadero. Un condicional con consecuente siempre verdadero es un condicional tautológico. El único caso en el que el condicional puede resultar falso es aquel en el que el antecedente es verdadero y el consecuente falso, caso que aquí no se puede dar.

c.- $(q \rightarrow (\neg r \vee \neg p)) \rightarrow ((r \wedge p) \vee q)$
Contingente.
Tratamos de hacer falsa la fórmula. El antecedente debe ser verdadero y el consecuente falso. Para que el consecuente sea falso, ha de ser falso q y o bien r o bien p. Con q falso, el antecedente de la fórmula es verdadero, sean como sean r y p. Por tanto, cabe la posibilidad de que la fórmula tenga un caso F:
$(F \rightarrow (\neg F \vee \neg F)) \rightarrow ((F \wedge F) \vee F)$
$(F \rightarrow (V \vee V)) \rightarrow (F \vee F)$
$(F \rightarrow V) \rightarrow F$
$V \rightarrow F$

Buscamos un caso de verdad. Si encontramos una interpretación falsa del antecedente, ya tenemos un caso de verdad para la fórmula entera, sin necesidad de examinar el consecuente. Para que sea falso el antecedente, necesitamos que q sea V y $(\neg r \vee \neg p)$ F.

$(V \rightarrow (\neg V \vee \neg V)) \rightarrow ((V \wedge V) \vee V)$
$(V \rightarrow (F \vee F)) \rightarrow (V \vee V)$
$(V \rightarrow F) \rightarrow V$
$F \rightarrow V$

d.- $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow (q \wedge \neg p)$
Contingente.
Caso V: $(V \rightarrow \neg V) \rightarrow (V \wedge \neg V)$ / $(V \rightarrow F) \rightarrow (V \wedge F)$ / $F \rightarrow F$
Caso F: $(F \rightarrow \neg F) \rightarrow (F \wedge \neg F)$ / $(F \rightarrow V) \rightarrow F$ / $V \rightarrow F$

2) Demuestre, mediante Deducción Natural, la validez del siguiente esquema de argumento:

$$\begin{array}{c} p \to (q \to r) \\ r \to s \\ p \\ \hline (q \wedge r) \to s \end{array}$$

1.	$p \to (q \to r)$	premisa
2.	$r \to s$	premisa
3.	p	premisa
4.	$q \to r$	MP 1,3
5.	$q \wedge r$	supuesto (antecedente de la conclusión)
6.	q	RE$\wedge$ 5
7.	r	MP 4,6
8.	s	MP 2,7
9.	$(q \wedge r) \to s$	RI$\to$ 5,8

3) Ponga un ejemplo de argumento válido, una de cuyas premisas sea de tipo condicional y falsa, y otro ejemplo de argumento con forma inválida, que tenga una premisa de tipo condicional válida y la conclusión verdadera.

Un argumento válido sencillo con premisa condicional es el MP:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

Diccionario:
p: 2+2 son 4
q: 3+3 son 7

Si 2+2 son 4 entonces 3+3 son 7 (falso). 2+2 son 4. Por tanto, 3+3 son 7.

El segundo caso se reduce a buscar una conclusión cualquiera, q, verdadera, que no tenga nada que ver con la premisa. Para la premisa necesitamos una tautología con forma condicional. Por ejemplo: $p \to p$.

$$\begin{array}{l} p \to p \\ \hline q \end{array}$$

Nos sirve el diccionario anterior.
Si 2+2 son 4, entonces 2+2 son 4. Por tanto, 3+3 son 7.

4) Dada la premisa

Ángela no entrará en la fiesta a menos que lleve corbata

diga cuáles de los siguientes enunciados son equivalentes a ella y por qué:

a.- *Si Ángela no entra en la fiesta, entonces no lleva corbata*
b.- *Si Ángela no lleva corbata, entonces no entra en la fiesta*
c.- *Ángela sólo entrará en la fiesta si lleva corbata*
d.- *Ángela entrará en la fiesta si y sólo si lleva corbata*

Diccionario:
p: Ángela entrará en la fiesta
q: Ángela lleva corbata

Premisa: $\neg q \rightarrow \neg p$

a.- $\neg p \rightarrow \neg q$ No es equivalente a la premisa. Puede ser verdadera la premisa ($\neg V \rightarrow \neg F$) y falsa esta fórmula ($\neg F \rightarrow \neg V$), con p-F y q-V.

b.- $\neg q \rightarrow \neg p$ Es equivalente, pues es la misma fórmula.

c.- $p \rightarrow q$ Es equivalente, por la regla de contraposición. Ambas equivalen a $q \vee \neg p$.

d.- $p \leftrightarrow q$ No es equivalente a la premisa, pues esta fórmula equivale a $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ y, aunque $(p \rightarrow q)$ equivale a la premisa, su conjunción con $(q \rightarrow p)$ ya no. Lo podemos probar con un árbol o con una interpretación en la que la premisa tenga un valor y esta fórmula otro. Por ejemplo:

$\neg q \rightarrow \neg p$	$p \leftrightarrow q$
F(V) V(F)	F V
V	F

con q-Vy p-F, la premisa es verdadera y la fórmula d es falsa.