

11.- ¿Cuál, o cuáles, de las siguientes funciones

i) $y(x, t) = A(x + vt)^3$ **ii)** $y(x, t) = A \sin [k(x - vt)]$ **iii)** $y(x, t) = A \ln [k(x - vt)]$

iv) $y(x, t) = A\sqrt{x^2 - vt^2}$

satisfacen la ecuación de ondas $\partial^2 y / \partial x^2 = (1/v^2) \partial^2 y / \partial t^2$?

a) la i), la ii) y la iii)

b) todas

c) solo la ii)

Sol: En las secciones 5.2 y 5.4 de la Unidad Didáctica se explica que cualquier función de la forma $y(x, t) = f(x - vt)$ o $y(x, t) = f(x + vt)$ satisface la ecuación de ondas, y se demuestra matemáticamente en el problema 1 del Capítulo 5. Por lo tanto i), ii) y iii) la satisfacen, pero iv) no lo hace.

12.- El nivel sonoro de una persona que habla en voz alta es de 60 dB. ¿Cuál será el nivel sonoro de un grupo de 40 personas que hablan en voz alta simultáneamente?

a) 76 dB

b) 80 dB

c) 68 dB

Sol: Las intensidades sonoras emitidas por las 40 personas se suman, de modo que si llamamos I_1 a la intensidad sonora de una persona, la intensidad de las 40 personas será $I_{40} = 40I_1$. Entonces su nivel sonoro será

$$\begin{aligned} L_{40} &= 10 \log \frac{40I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_1}{I_0} + 10 \log 40 = L_1 + 10(\log 10 + \log 4) = \\ &= 60 + 10(1 + \log 2^2) = 60 + 10(1 + 2 \log 2) = 60 + 16 = 76 \text{ dB} \end{aligned}$$

donde simplemente se ha aplicado la propiedad de los logaritmos $\log(ab) = \log a + \log b$.

16.- Dos ondas armónicas se mueven por una cuerda en el mismo sentido y con las mismas frecuencia $\nu = 100$ Hz, longitud de onda $\lambda = 8$ cm y amplitud $A = 5$ cm. ¿Cuál es la amplitud de la onda viajera resultante de la suma de ambas si entre ellas existe una diferencia de fase de $\pi/3$?

- a) 8,7 cm
- b) 5 cm
- c) 10 cm

Sol: Un problema similar es el problema 1 del Capítulo 6 de la Unidad Didáctica. Allí se deduce que la suma de dos ondas de la misma longitud de onda y frecuencia con diferencia de fase δ es

$$A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t + \delta) = \left(2A \cos \frac{\delta}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\delta}{2}\right)$$

es decir, una onda viajera de amplitud $2A \cos(\delta/2)$. (También se explica en la sección 6.1) Puesto que ahora $\delta = \pi/3$, la amplitud de la onda viajera será $2A \cos(\pi/6) = \sqrt{3}A = 8,7$ cm.

De hecho, las otras dos respuestas son fáciles de eliminar. La respuesta 10 cm es obviamente falsa ya que para ello las dos ondas de amplitud $A = 5$ cm deberían estar perfectamente en fase.

17.- La frecuencia fundamental de oscilación de una cuerda de 1 metro de longitud y 10 gramos de masa fija por ambos extremos es de 60 Hz. ¿A qué tensión está sometida la cuerda?

a) 144 N

b) 36 N

c) 72 N

Sol: En el modo fundamental de vibración la longitud de la cuerda es una semilongitud de onda, es decir, $l = \lambda/2$. La velocidad de la onda es entonces $v = \lambda\nu = 2l\nu$

$$v = \lambda\nu = 2l\nu$$

y teniendo en cuenta la expresión para la velocidad en función de los parámetros de la cuerda

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad T = \mu v^2 = \mu \cdot 4l^2\nu^2 = 10^{-2} \text{ kg/m} \times 4 \text{ m}^2 \times 60^2 \text{ s}^{-2} = 144 \text{ N}$$

16.- Las longitudes de onda correspondientes a los modos de vibración n y $n+1$ de una cuerda de longitud l son 0,54 y 0,48 m. ¿Cuánto vale l ?

- a) 1,85 m
- b) 5,78 m
- c) 2,16 m
- d) 4,24 m

Sol: En el n -ésimo modo normal de vibración la longitud l de la cuerda contiene n semilongitudes de onda, es decir, $l = n\lambda_n/2$ o $\lambda_n = 2l/n$. Entonces

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} = \frac{n+1}{n} \quad \Rightarrow \quad \frac{n+1}{n} = \frac{0,54}{0,48} = \frac{9}{8} \quad \Rightarrow \quad n = 8$$

y

$$l = \frac{8 \times 0,54}{2} = 2,16 \text{ m}$$

17.- Dos focos sonoros situados en el eje X emiten en fase a lo largo de dicho eje ondas sonoras de la misma frecuencia ω , misma amplitud A y misma longitud de onda λ . Si la onda que resulta de la superposición de ambas tiene amplitud A ¿cuál es la distancia d entre dichos focos sonoros?

- a) $\lambda/2\pi$
- b) $\lambda/2$
- c) $\lambda/3$
- d) ninguna de las anteriores

Sol: Si d es la distancia entre los focos, las ondas emitidas por cada uno son $y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ y $y_2(x, t) = A \sin(k(x - d) - \omega t) = A \sin(kx - \omega t - kd)$ y su suma es

$$y_1 + y_2 = A [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t - kd)]$$

y llamando $B = kx - \omega t - kd/2$ y $C = kd/2$ y utilizando la relación trigonométrica $\sin(B + C) + \sin(B - C) = 2 \sin B \cos C$

$$y_1 + y_2 = 2A \cos(kd/2) \sin(kx - \omega t)$$

que es una onda de la misma forma que y_1 e y_2 pero con una amplitud $2A \cos(kd/2)$. Y puesto que el enunciado dice que la amplitud es A debe satisfacerse

$$2A \cos(kd/2) = A \quad \Rightarrow \quad \cos \frac{kd}{2} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{kd}{2} = \frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{2\pi}{3k} = \frac{\lambda}{3}$$

18.- Una cuerda de violín de 40 cm de longitud y 1,2 gramos de masa total vibra con una frecuencia de 500 Hz en su modo fundamental. ¿Cuál es la tensión de la cuerda?

- a) 540 N
- b) 360 N
- c) 480 N
- d) ninguna de las anteriores

Sol: La longitud de onda del modo fundamental es $\lambda_1 = 2l = 0,8$ m. Y puesto que su frecuencia es $\nu_1 = 500$ Hz la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda es $v = \lambda_1 \nu_1 = 2l \nu_1 = 400$ m/s. La relación entre la velocidad de propagación y la tensión es $v = \sqrt{T/\mu}$ y así

$$v = \sqrt{T/\mu} \quad \Rightarrow \quad T = \mu v^2 = \frac{m}{l} v^2 = \frac{1,2 \times 10^{-3} \text{ kg}}{0,4 \text{ m}} \times 16 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 480 \text{ N}$$

19.- La intensidad de un sonido de 60 dB es

- a) doble que la de un sonido de 30 dB
- b) 30 veces mayor que la de un sonido de 30 dB
- c) 1.000 veces mayor que la de un sonido de 30 dB
- d) ninguna de las anteriores

Sol: La relación entre la intensidad sonora I y el nivel de sonido en decibelios L es $I = I_0 10^{L/10}$. Entonces

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{10^{L_1/10}}{10^{L_2/10}} = \frac{10^6}{10^3} = 10^3$$

20.- Una onda armónica con frecuencia 80 Hz y amplitud 0,025 m se propaga hacia la derecha a lo largo de una cuerda con una velocidad de 12 m/s. La velocidad máxima de un punto de la cuerda es aproximadamente

- a) 6,2 m/s
- b) 12,6 m/s
- c) 1,25 m/s
- d) 2,5 m/s

Sol: La ecuación general de la onda es $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$, y la velocidad de un punto de la cuerda es

$$v = \frac{dy}{dt} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

La velocidad máxima es entonces

$$v_{\max} = \omega A = 2\pi\nu A = 6,28 \times 80 \text{ s}^{-1} \times 0,025 \text{ m} = 12,56 \text{ m/s}$$

La frecuencia del modo fundamental de un tubo de órgano cuando tiene un extremo abierto y otro cerrado es de 500 Hz. ¿Cuál será la frecuencia fundamental cuando se abren los dos extremos?

a) La misma frecuencia

b) 1000 Hz ✓

c) 250 Hz

d) 750 Hz

La respuesta correcta es la b). Ver sección 6.5 de la Unidad Didáctica. En el extremo cerrado de un tubo debe haber un nodo mientras que en el extremo abierto hay un antinodo, de modo que cabe un cuarto de longitud de onda. Si los dos extremos están abiertos, en los dos hay un antinodo y en el tubo cabe media longitud de onda.

¿Cuánto aumenta el nivel de intensidad del sonido en decibelios cuando se duplica la potencia emitida por el foco sonoro?

- a) Se duplica el número de dB
- b) Aumenta en 2 dB
- c) Aumenta en 3 dB ✓

La respuesta correcta es la c). Ver la sección 5.7 de la Unidad Didáctica. Al duplicarse I el nivel de sonido aumenta en $10 \log 2 \simeq 3$

¿Cuál es la velocidad y dirección de propagación de la onda $y = 10^{-3} \sin(50x + 2t)$? Todas las unidades están dadas en el SI.

- a) 0,04 m/s en la dirección negativa del eje X ✓
- b) 0,4 m/s en la dirección positiva del eje X
- c) 0,002 m/s en la dirección positiva del eje X

- d) 0,2 m/s en la dirección negativa del eje X

La respuesta correcta es la a). Ver sección 5.3 de la Unidad Didáctica. $v = \omega/k = 2/50$ m/s.

Ex12-13

La ecuación que describe el desplazamiento y de un punto x de una cuerda en función del tiempo es

$$y(x, t) = 0,15 \sin [10\pi(t - x/60)]$$

Si las longitudes vienen dadas en centímetros la longitud de onda es

- a) 15 cm
- b) 6 cm
- c) 12 cm

La respuesta correcta es la c). Comparando la expresión de la onda con la expresión general $y = A \sin k(x - vt)$ obtenemos

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{10\pi}{60} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 12 \text{ cm}$$

La ecuación que describe el desplazamiento transversal de una partícula en un medio por el que pasa una onda armónica que viaja en la dirección X es

$$y(x, t) = \frac{3}{\pi} \sin 2\pi(x - 3t)$$

(todas las longitudes están dadas en metros). En el instante $t = 1$ s, la velocidad de una partícula situada en $x = 4$ m es

- a) 0 m/s
- b) -18 m/s
- c) $9/\pi$ m/s

La respuesta correcta es la b).

La velocidad de la partícula es

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{3}{\pi} \cdot (-6\pi) \cos 2\pi(x - 3t) = -18 \cos 2\pi(x - 3t)$$

Para $x = 4$ m y $t = 1$ s, se tiene $x - 3t = 1$ y $v_y = -18 \cos 2\pi = -18$ m/s

Se recibe inicialmente un sonido con una intensidad de 40 dB procedente de una fuente sonora situada a 10 m. de distancia. Si posteriormente se recibe el sonido procedente de la misma fuente con una intensidad de 80 dB, ¿cuánto ha aumentado la potencia de la fuente sonora?

- a) se ha multiplicado por 2
- b) se ha multiplicado por 40
- c) se ha multiplicado por 10.000

La respuesta correcta es la c).

La intensidad o nivel sonoro en decibelios es $L = 10 \log(I/I_0)$. Puesto que en este caso la distancia a la fuente no varía podemos sustituir I/I_0 por W/W_0 , siendo W la potencia sonora. Entonces $W/W_0 = 10^{L/10}$. Inicialmente $L_{ini} = 40$ dB y así $W_{ini}/W_0 = 10^4$. Finalmente $L_{fin} = 80$ dB, y así $W_{fin} = 10^8$. En definitiva $W_{fin}/W_{ini} = 10^4$.

De hecho, una escala de niveles sonoros frente a potencias por unidad de superficie puede verse en la Tabla 5.2 del libro de texto-base.

Un foco puntual emite sonido en todas direcciones con una determinada potencia P_m . Suponiendo que no hay atenuación, ¿cuál es la relación entre la intensidad I_1 de las ondas sonoras a la distancia de 2 m y la intensidad I_2 a 6 m del foco.

- a) $I_1 = 3I_2$
- b) $I_1 = 9/2$
- c) $I_1 = \sqrt{3}I_2$

La respuesta correcta es la b).

Para una potencia dada, la intensidad de las ondas es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Entonces

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad I_1 = 9I_2$$

¿Cuál es la velocidad y dirección de propagación de la onda $y = 10^{-3} \sin(20x + 4t)$. Todas las unidades están dadas en el S.I.

- a) -5 m/s
- b) $-0,2 \text{ m/s}$
- c) $0,4 \text{ m/s}$

La respuesta correcta es la b).

Basta comparar con la expresión general $y = A \sin k(x - vt)$ para ver que $k = 20 \text{ m}^{-1}$ y $-kv = 4 \text{ s}^{-1}$, de modo que $v = -4/k = -4/20 = -0,2 \text{ m/s}$

15.- La velocidad máxima de desplazamiento de un punto de una cuerda por la que viaja una onda transversal

- a) no depende de la longitud de onda de la onda viajera
- b) es mayor cuanto mayor es la longitud de onda de la onda viajera
- c) es mayor cuanto menor es la longitud de onda de la onda viajera

Sol: La ecuación de la onda transversal que viaja por la cuerda es $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$, y la velocidad de desplazamiento de un punto es

$$v_t = \frac{dy}{dt} = \frac{d[A \sin(kx - \omega t)]}{dt} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

La velocidad máxima es entonces $v_{t,\max} = \omega A$, que no depende de la longitud de onda.

16.- La diferencia entre los niveles sonoros de dos sonidos es de 30 dB. Entonces la razón entre sus intensidades es

- a) 1000
- b) 900
- c) 3000
- d) 300

Sol: La relación entre la intensidad I y el nivel sonoro L es

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I = I_0 \cdot 10^{L/10}$$

y así

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{10^{L_2/10}}{10^{L_1/10}} = 10^{(L_2-L_1)/10} = 10^{30/10} = 1000$$

(Una cuestión muy similar es la cuestión 6 de la prueba de autoevaluación del bloque 2)

17.-Si se dobla la distancia entre un foco y un receptor, el nivel sonoro en el receptor disminuye aproximadamente

- a) 6 dB
- b) 3 dB
- c) 2 dB
- d) no se puede decir a partir de ese único dato.

Sol: La intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, de modo que si para una distancia d la intensidad recibida es I_1 , para una distancia doble $2d$ la intensidad es $I_2 = I_1/4$. Entonces

$$L_2 - L_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \frac{I_0}{I_1} \right) = -10 \log 4 = -10 \cdot 2 \log 2 \simeq -6 \text{ dB}$$

18.- Una cuerda de 3 m de longitud fija por ambos extremos vibra en su segundo modo normal a una frecuencia de 60 Hz. La velocidad de las ondas transversales en la cuerda es

- a) 180 m/s
- b) 360 m/s
- c) 90 m/s

Sol: La longitud de la cuerda l es siempre un múltiplo entero de semilongitudes de onda. Para el n -ésimo modo normal se cumple $l = n(\lambda_n/2)$. Por lo tanto, para $n = 2$ la longitud de onda es $\lambda_2 = l$ y así

$$v = \lambda_2 \nu_2 = l \times 60 = 180 \text{ m/s}$$

19.- Una cuerda de 3 m de longitud fija por ambos extremos vibra en su modo normal. La amplitud de vibración en el punto central de la cuerda, $x = l/2 = 1,5$ m es A . ¿En cuál de los siguientes puntos la amplitud de vibración es $A/2$?

- a) en $x = l/30 = 0,10$ m
- b) en $x = l/6 = 0,50$ m
- c) en $x = l/4 = 0,75$ m

Sol: En el quinto modo normal la cuerda contiene 5 semilongitudes de onda, es decir, $\lambda_5 = 2l/5$, y la ecuación de la onda estacionaria será

$$y(x, t) = A \sin \left(\frac{5\pi x}{l} \right) \cos (\omega_3 t)$$

y así la amplitud en $l/2$ es $A \sin(5\pi/2) = A$, como afirma el enunciado. Entonces, los puntos para los que la amplitud es $A/2$ satisfacen la condición

$$A \sin \frac{5\pi x}{l} = \frac{A}{2} \quad \Rightarrow \quad \sin \frac{5\pi x}{l} = \frac{1}{2}$$

Esta condición se cumple para $5\pi x/l = \pi/6$ y para $5\pi x/l = \pi - \pi/6 = 5\pi/6$. En el primer caso $x = l/30$, y en el segundo $x = l/6$, de modo que estas dos soluciones son correctas.

20.- Tres frecuencias de resonancia sucesivas en un tubo de órgano son 200, 280 y 360 Hz.

- a) el tubo esta cerrado por un extremo y abierto por el otro
- b) el tubo esta cerrado por ambos extremos
- c) el tubo esta abierto por ambos extremos

Sol: La similitud entre los modos normales de cuerdas y de tubos de órgano está señalada en el último párrafo de la sección 6.5 y en el problema 4 del Capítulo 6 de la Unidad Didáctica.

Si el tubo está cerrado por ambos extremos, las ondas estacionarias deben tener nodos en los mismos, de modo que en el tubo cabe un número entero de semilongitudes de onda. Lo mismo sucede si los dos extremos están abiertos y en ambos hay antinodos. Así pues, en estos casos

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} \quad \text{y} \quad \nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{vn}{2l}$$

y así, las razones entre frecuencias sucesivas $\nu_n, \nu_{n+1}, \nu_{n+2}$ serían

$$\frac{\nu_{n+1}}{\nu_n} = \frac{n+1}{n} \qquad \frac{\nu_{n+2}}{\nu_{n+1}} = \frac{n+2}{n+1}$$

es decir, razones entre números enteros consecutivos

Por el contrario, si el tubo está abierto por un extremo y cerrado por el otro, en un extremo debe haber un nodo y en el otro un antinodo, de modo que en el tubo cabe un número impar de cuartos de longitud de onda. Entonces

$$l = (2n - 1) \frac{\lambda_n}{4} \quad \text{y} \quad \nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v(2n - 1)}{4l}$$

y las razones entre frecuencias sucesivas son ahora

$$\frac{\nu_{n+1}}{\nu_n} = \frac{2n + 1}{2n - 1} \quad \frac{\nu_{n+2}}{\nu_{n+1}} = \frac{2n + 3}{2n + 1}$$

que son razones entre números enteros impares que difieren en dos unidades.

Basta entonces ver cuáles son las razones entre las frecuencias del tubo que da el enunciado

$$\frac{280}{200} = \frac{7}{5} \quad \frac{360}{280} = \frac{9}{7}$$

que corresponden al segundo caso, es decir, el tubo está cerrado en un extremo y abierto en el otro.

Sept-2014

2.- Un foco puntual emite sonido con una potencia de 180 W. ¿A qué distancia aproximada del foco se alcanzará el umbral del dolor (130 dB)? El nivel de referencia es $I_0=10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

- a) 1,2 m**
- b) 12 m**
- c) 120 m**

Sol:

De la relación entre nivel de sonido e intensidad

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I = I_0 \times 10^{L/10}$$

de modo que la intensidad correspondiente a 130 dB es

$$I = 10^{-12} \times 10^{13} \text{ W/m}^2 = 10 \text{ W/m}^2$$

Para una onda sonora que se propaga en el espacio tridimensional la intensidad decrece con el cuadrado de la distancia. Así

$$I = \frac{W}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{W}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{180 \text{ W}}{4\pi \times 10 \text{ W/m}^2}} \simeq 1,2 \text{ m}$$

La respuesta correcta es la a)

Una onda transversal sinusoidal de amplitud $0,1\text{ m}$ y longitud de onda 2 m se propaga de izquierda a derecha a una velocidad de 10 m/s a lo largo de una cuerda horizontal tensa de densidad lineal de masa $3 \times 10^{-2}\text{ kg/m}$. En el instante $t = 0$ el punto de la cuerda de coordenada $x = 0$ tiene elongación transversal $y = 0$ y se mueve hacia abajo. (a) Escribir la ecuación de la onda. (b) ¿Cuál es la velocidad transversal máxima de cualquier punto de la cuerda? (c) ¿Cuáles son la elongación y la velocidad transversal de un punto de la cuerda de coordenada horizontal $x = 1,5\text{ m}$ en el instante $t = 0,75\text{ s}$? (d) ¿Cuáles son la elongación y la velocidad transversal de un punto de la cuerda de coordenada horizontal $x = 1,5\text{ m}$ en el instante $t = 1,5\text{ s}$? (e) ¿Cuál es la tensión de la cuerda?

a) La ecuación de la onda no puede ser simplemente

$$y(x, t) = A \cos k(x - vt)$$

porque entonces para $x = 0$, $t = 0$ tendríamos $y(0, 0) = A \cos 0 = A \neq 0$, en contra de lo que dice el enunciado del problema. Sin embargo, la condición $y(0, 0) = 0$ sí se satisface si tomamos la expresión

$$y(x, t) = A \sin k(x - vt) \quad (1)$$

La única diferencia entre ambas expresiones está en el origen de tiempos. En efecto, si tomáramos un tiempo $t' = t - T/4$ (es decir, si un reloj estuviera retrasado un cuarto de periodo $T/4 = v/(4\lambda)$ con respecto al otro) tendríamos

$$\sin k(x - vt') = \sin k[x - v(t - T/4)] = \sin k[x - vt + \lambda/4] = \sin [k(x - vt) + \pi/2] = \cos k(x - vt)$$

Ahora

$$\frac{dy(x, t)}{dt} = -kvA \cos k(x - vt) \quad (2)$$

que para $x = 0$, $t = 0$ da $(dy/dt) = -kvA < 0$; es decir, en el instante inicial de velocidad transversal del punto $x = 0$ está dirigida hacia abajo como dice el enunciado. La expresión (1) satisface así los dos requisitos del enunciado.

Por otra parte, teniendo en cuenta que $A = 0,1 \text{ m}$, $k = 2\pi/\lambda = \pi \text{ m}^{-1}$ y $\omega = kv = 10\pi \text{ s}^{-1}$, podemos escribir

$$y(x, t) = 0,1 \text{ sen}(\pi x - 10\pi t)$$

b) El máximo de la velocidad transversal se obtiene de (2) para $\cos k(x - vt) = -1$ y es

$$(dy/dx)_{\text{máx}} = kvA = \omega A = \pi \text{ m/s}$$

c) Para $x = 1,5 \text{ m}$, $t = 0,75 \text{ s}$

$$\begin{aligned} y(1,5; 0,75) &= 0,1 \text{ sen}(1,5\pi - 10\pi \cdot 0,75) = 0,1 \text{ sen}(-6\pi) = 0 \\ \frac{dy}{dt} &= -\pi \cos(-6\pi) = -\pi \text{ m/s} \end{aligned}$$

d) Para $x = 1,5 \text{ m}$, $t = 1,5 \text{ s}$

$$\begin{aligned} y(1,5, 1,5) &= 0,1 \text{ sen}(1,5\pi - 10\pi \cdot 1,5) = 0,1 \text{ sen}(-13,5\pi) = 0,1 \text{ sen}(-14\pi + \pi/2) = 0,1 \\ \frac{dy}{dt} &= -\pi \cos(-13,5\pi) = 0 \text{ m/s} \end{aligned}$$

e) La velocidad de propagación de la onda en la cuerda es $v = \sqrt{T/\mu}$, de modo que la tensión de la cuerda para una velocidad $v = 10 \text{ m/s}$ es

$$T = \mu v^2 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m} \cdot 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 3 \text{ N}$$

3. Una onda transversal de amplitud $A = 20 \text{ cm}$ y longitud de onda $\lambda = 2 \text{ m}$ se propaga por una cuerda a velocidad $v = 4 \text{ m/s}$. La máxima velocidad transversal de un punto de la cuerda es (aproximadamente):
- a) $2,5 \text{ m/s}$,
 - b) 8 m/s ,
 - c) $6,3 \text{ m/s}$.

Solución:

Teniendo en cuenta que $v = \lambda/T$, la ecuación de la onda puede escribirse

$$y = A \sin(kx - \omega t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt)$$

y así la velocidad transversal de cualquier punto es

$$\frac{dy}{dt} = -A \frac{2\pi v}{\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) = -\frac{0,2 \text{ m} \cdot 2\pi \cdot 4 \text{ m/s}}{2 \text{ m}} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt)$$

que toma un valor máximo $0,8\pi \text{ m/s} \simeq 2,5 \text{ m/s}$

2 .-

La ecuación de una onda estacionaria en una cuerda tensa es

$$y(x,t) = A \sin kx \cos \omega t$$

¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas viajeras que la componen?

(una única respuesta c

☐ $v = \omega / k$

☐ $v = \omega k$

☐ $v = k / \omega$

3 .-

Se comprueba que la velocidad de las ondas transversales que se propagan por un cable de densidad lineal de masa μ sometido a una tensión T es v . ¿Cuál es la tensión necesaria para duplicar la velocidad de propagación de las ondas?

(puede tener más de una respuesta correcta) 1

- ☐ $T' = T$
- ☐ $T' = 2 T$
- ☐ $T' = 4 T$
- ☐ La velocidad de las ondas no depende de la tensión

6 .-

Sean dos cuerdas de piano sometidas a la misma tensión T . Si la densidad lineal de masa de una de ellas es 4 veces la de la otra, $\mu_1 = 4\mu_2$, ¿cuál es la relación entre las longitudes de las cuerdas para que la frecuencia fundamental de la cuerda de densidad μ_1 sea el doble que la frecuencia fundamental de la cuerda de densidad μ_2 ?

(puede tener más de una respuesta correcta) 1

- ☐ $L_1 = L_2$
- ☐ $L_1 = L_2/4$
- ☐ $L_1 = 4L_2$
- ☐ $L_1 = 2L_2$

7 .-

Dos focos sonoros emiten en fase ondas de la misma amplitud A , frecuencia ω y longitud de onda λ . Si en un punto dado la onda que resulta de la superposición de ambas tiene una amplitud A , ¿cuál es la distancia d entre los focos sonoros? (Se supone que las ondas son unidimensionales y los focos están alineados en la dirección de propagación).

☐ $d = \lambda$

☐ $d = \lambda/2$

☐ $d = \lambda/4$

11 .- La intensidad de un sonido de 60 dB es:

(una única respuesta correcta) 1

- ☐ doble de la de un sonido de 30 dB,
- ☐ 30 veces mayor que la de un sonido de 30 dB,
- ☐ 1000 veces mayor que la de un sonido de 30 dB,

12 .-

¿Que´ condiciones tienen que cumplir la amplitud A , la frecuencia λ y el sentido de propagacio´n de dos ondas que viajan a lo largo de una cuerda para que den lugar a una onda estacionaria?

(puede tener más de una respuesta correcta) 1

- ☐ La misma frecuencia
- ☐ La misma amplitud
- ☐ El mismo sentido de propagación
- ☐ Frecuencias parecidas
- ☐ Sentidos de propagación opuestos

La ecuación que describe el desplazamiento de una partícula en un medio por el que pasa una onda armónica es

https://2021.cursosvirtuales.uned.es/dotlrn/grados/asignaturas/61011041-21/quiz/quiz/answer?p_quiz_id=3292393&return_url=%2e%2e%2flist%...

Quiz

(puede tener más de una respuesta correcta) 1

- ☐ 0 m/s
- ☐ 2 m/s
- ☐ $4/\pi$ m/s
- ☐ - 8 m/s

15 .- Al paso de una onda longitudinal una partícula del medio

(puede tener más de una respuesta correcta) **1**

- ☐ permanece en reposo
- ☐ se mueve en un círculo
- ☐ oscila en la dirección de propagación de la onda
- ☐ oscila en una dirección perpendicular a la de propagación de la onda

Cuestión 3. La ecuación de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda es

$$y(x, t) = 0,3 \operatorname{sen} (2,2x - 3,5t - 0,5)$$

donde x e y se expresan en cm y t en segundos. La máxima velocidad que alcanza un punto de la cuerda es

- a) 1,6 cm/s.
- b) 1,05 cm/s.
- c) 0,6 cm/s.

Solución:

Comparando con la expresión general

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t - \phi \right)$$

vemos que $A = 0,3 \text{ cm}$, $\lambda = 2\pi/2,2 \simeq 2,86 \text{ cm}$, y $T = 2\pi/3,5 \simeq 1,80 \text{ s}$. La frecuencia natural de vibración es entonces $\nu = 1/T = 0,56 \text{ Hz}$.

La máxima velocidad de un punto de la cuerda es

$$v_{\text{máx}} = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{\text{máx}} = \frac{2\pi}{T} A = 3,5 \times 0,3 \text{ cm/s} = 1,05 \text{ cm/s}.$$

Problema 2. La función de onda correspondiente a una onda estacionaria en una cuerda fija por ambos extremos es

$$y(x, t) = 4,2 \operatorname{sen}(0,2x) \cos(300t)$$

con x e y en cm, y t en segundos.

- (a) Determinar la longitud de onda y la frecuencia.
- (b) ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas transversales en la cuerda?
- (c) Si la cuerda está vibrando en su quinto modo normal ¿cuál es la longitud L de la cuerda?
- (d) En ese quinto modo ¿cuál es la máxima velocidad de desplazamiento del punto central de la cuerda?

Solución:

(a) Para cualquier valor de t , los nodos de la onda corresponden a los puntos de amplitud nula, esto es, a los ceros de la función

$$\operatorname{sen} 0,2x = 0 \quad \Rightarrow \quad 0,2x = n\pi \quad \Rightarrow \quad x = n \frac{\pi}{0,2} \simeq n \, 15,71 \text{ cm} \quad (8)$$

Como la distancia entre dos nodos sucesivos es $d = \pi/0,2$ cm, calculamos directamente la longitud de onda, ya que es el doble de esa distancia, $\lambda = 2\pi/0,2 = 10\pi$ cm.

En función de la frecuencia angular $\omega = 300 \text{ s}^{-1}$, la frecuencia ν viene dada por $\nu = \omega/2\pi$. Por consiguiente, $\nu = 300/2\pi$ Hz.

(b) La velocidad de propagación de las ondas es

$$v = \lambda\nu \quad \Rightarrow \quad v = 1500 \text{ cm/s} = 15 \text{ m/s}. \quad (9)$$

(c) Si la cuerda vibra en su n -ésimo modo normal, hay $n - 1$ nodos entre sus puntos extremos (el primer modo no tiene ningún nodo y su longitud de onda es $2L$, el segundo modo tiene un nodo y una longitud de onda L , etc.).

Por lo tanto, la longitud de la cuerda cuando vibra en ese modo es n veces la distancia que hay entre los nodos:

$$L = n d = n \frac{\lambda}{2} \quad \implies \quad L = 25\pi \text{ cm} = 0,78 \text{ m} \quad (10)$$

(d) Para el quinto modo normal, el punto central de la cuerda corresponde a un antinodo (lo mismo que para el modo 1 y 3, por ejemplo). En ese punto se cumple que $\sin(0,2 L) = \sin\left(0,2 \frac{25\pi}{2}\right) = 1$ para cualquier instante t .

Podemos calcular la velocidad vertical con la que se mueve ese punto de la cuerda evaluando la derivada temporal de $y(x, t)$. En efecto, usando unidades de cm/s,

$$v = \frac{\partial y(L/2, t)}{\partial t} = (4,2 \times 300) \cos 300t$$

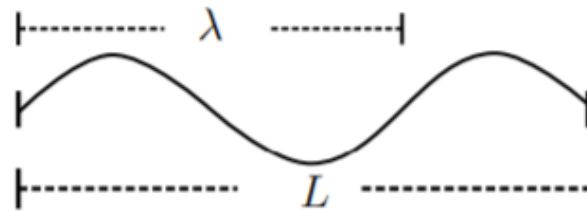
que nos da un valor máximo $v_{max} = 12,6 \text{ m/s}$.

Cuestión 2. Una cuerda de longitud $L = 3\text{ m}$, fija por ambos extremos, vibra en su tercer modo normal ($n = 3$, tomando el fundamental como $n = 1$) a una frecuencia de 60 Hz . La velocidad de las ondas transversales en la cuerda es

- (a) 120 m/s .
- (b) 90 m/s .
- (c) 360 m/s .
- (d) 180 m/s .

Solución:

La opción correcta es la (a)



En el tercer modo se tiene que $\lambda = 2L/3$ y, por tanto, la velocidad de las ondas es

$$v = \lambda \nu = 2\text{ m} \times 60\text{ Hz} = 120\text{ m/s}$$