Febrero 2020 Ejercicio 1

Ejercicio 1 Calcular la factorización LU de $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Para hacer a factorización LU de la matriz A, en primer lugar se calcula la matriz triangular superior U, y después la matriz triangular inferior normalizada L.

- Cálculo de la matriz U

Se realizan a la matriz A operaciones elementales de filas, hasta reducirla, por el método de Gauss, a una matriz triangular superior

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{F_2 - 4F_1 \to F_2}{\approx} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{F_3 - 2F_1 \to F_3}{\approx} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = U$$

- Cálculo de la matriz L

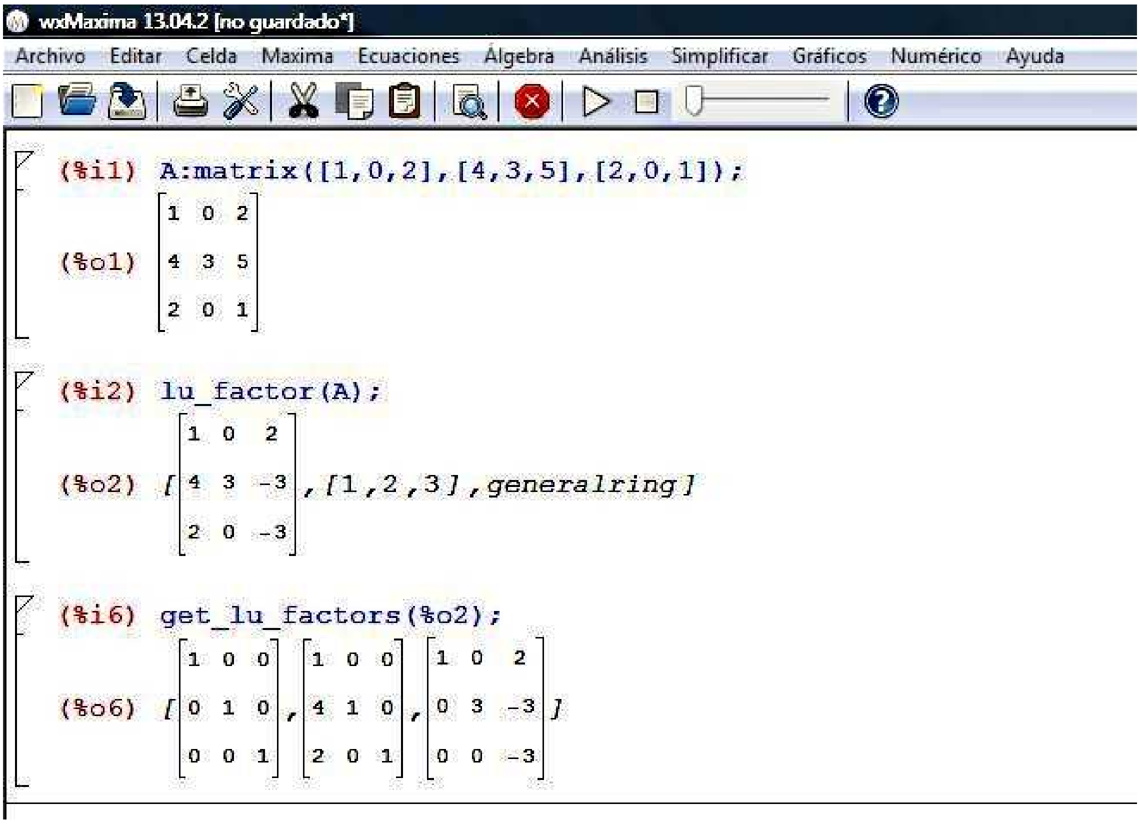
Para calcular la matriz L se aplican a la matriz identidad las inversas de las transformaciones elementales de filas que se han utilizado para hallar U, en orden inverso.

Es decir, a la matriz identidad se le aplican las operaciones elementales de filas.
En primer lugar, $[F_3 - 2F_1 \to F_3]^{-1} = F_3 + 2F_1 \to F_3$
En segundo lugar $[F_2 - 4F_1 \to F_2]^{-1} = F_2 + 4F_1 \to F_2$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{F_3 + 2F_1 \to F_3}{\approx} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underset{F_3 + 4F_1 \to F_2}{\approx} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = L$$

- Comprobación

$$LU = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A$$


wxMaxima 13.04.2 [no guardado*]
Archivo Editar Celda Maxima Ecuaciones Álgebra Análisis Simplificar Gráficos Numérico Ayuda
(%i1) A:matrix([1,0,2],[4,3,5],[2,0,1]);
(%o1) [1 0 2; 4 3 5; 2 0 1]
(%i2) lu_factor(A);
(%o2) [[1 0 2; 4 3 -3; 2 0 -3], [1, 2, 3], generalring]
(%i6) get_lu_factors(%o2);
(%o6) [[1 0 0; 0 1 0; 0 0 1], [1 0 0; 4 1 0; 2 0 1], [1 0 2; 0 3 -3; 0 0 -3]]