Febrero 2020 ejercicio 2

**Ejercicio 2** Decidir si es posible extraer de

$$\{(1,2,-1),\ (3,1,0),\ (2,-1,1),\ (2,1,0)\}$$

un sistema de vectores que formen una base de $\mathbb{R}^3$. En caso afirmativo, obténgase dicha base.

Para extraer una base de entre el conjunto de vectores que nos dan, tenemos que ser capaces de elegir un subconjunto de tres de esos vectores que sean linealmente independientes. Es decir, es necesario que el rango sea igual a 3.

En primer lugar estudiamos el rango del sistema formado por los cuatro vectores dados.

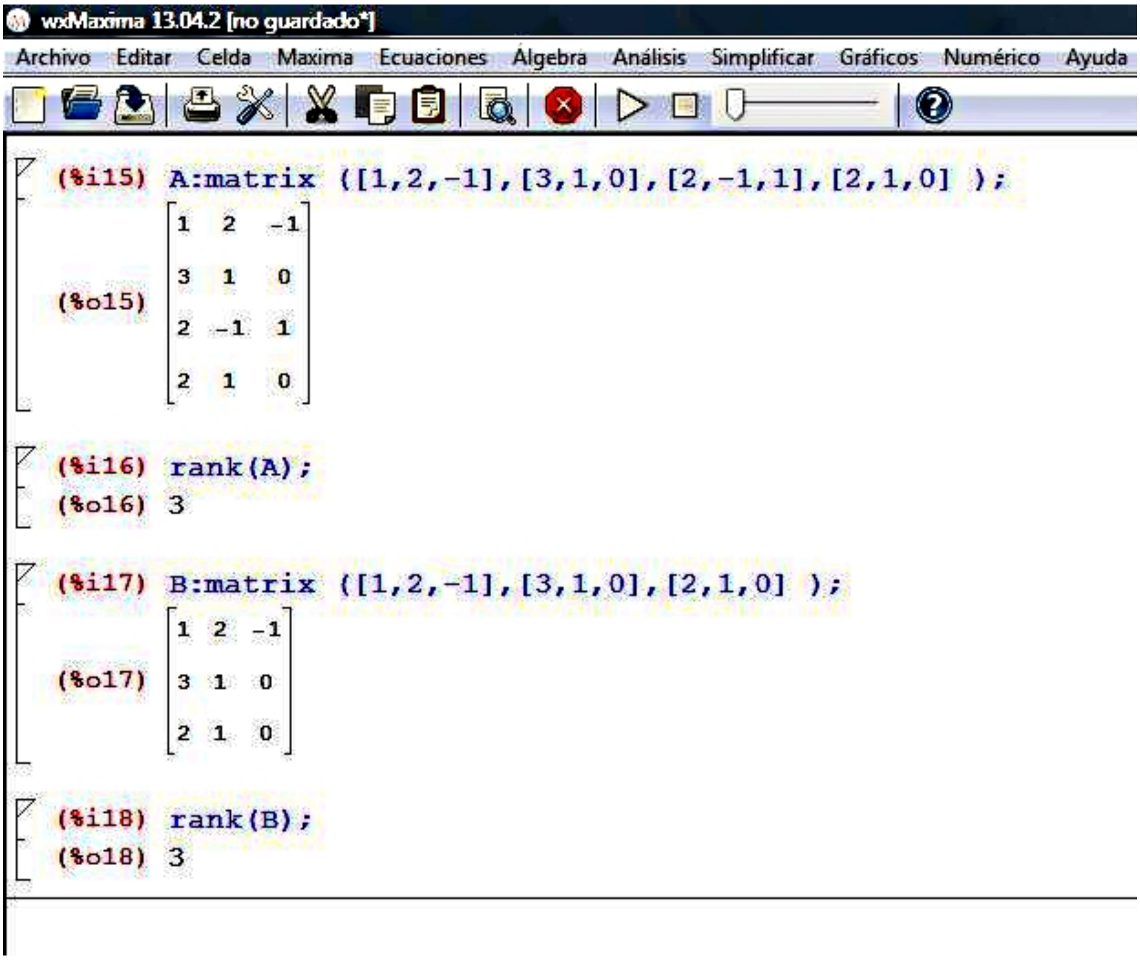
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Una vez reducido a forma escalonada, se ve que el rango es 3. Luego a la pregunta de si se puede extraer un sistema de vectores que formen base, la respuesta es afirmativa.

En el proceso de reducción vimos que el vector tercero era una combinación lineal de los dos primeros. (2,–1,1) = (–1) (1,2,–1) + (3,1,0)

Una de las varias elecciones posibles de tres vectores linealmente independientes que podríamos hacer es { (1,2,–1) , (3,1,0) , (2,1,0) }

El proceso anterior, suprimiendo el tercer vector, mostraría que el sistema tiene rango 3 y, por tanto, forma una base de $R^3$.


wxMaxima 13.04.2 [no guardado*]
Archivo Editar Celda Maxima Ecuaciones Álgebra Análisis Simplificar Gráficos Numérico Ayuda
(%i15) A:matrix ([1,2,-1],[3,1,0],[2,-1,1],[2,1,0] );
(%o15) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
(%i16) rank(A);
(%o16) 3
(%i17) B:matrix ([1,2,-1],[3,1,0],[2,1,0] );
(%o17) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
(%i18) rank(B);
(%o18) 3