

# POLINOMIO DE TAYLOR

1.- El polinomio de Taylor de orden 3, centrado en  $x=0$  para la función:  $f(x) = \cos^2 x$

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

- ☐ Es 0
- ☐ No tiene solución
- ☐ Es  $-2\sin(x)\cos(x)$
- ☒ Es  $\{1-x^2\}$

**Solución.-**

$$P_3(x) = f(a) + f'(a) \frac{(x-a)}{1!} + f''(a) \frac{(x-a)^2}{2!} + f'''(a) \frac{(x-a)^3}{3!}$$

$$f(x) = \cos^2 x \implies f(0) = 1$$

$$f'(x) = -2 \cos x \sin x = -\sin(2x) \implies f'(0) = 0$$

$$f''(x) = -2 \cos(2x) \implies f''(0) = -2$$

$$f'''(x) = 4 \sin(2x) \implies f'''(0) = 0$$

En consecuencia:

$$P_3(x) = f(0) + f'(0) \cdot x + f''(0) \cdot \frac{x^2}{2} + f'''(0) \cdot \frac{x^3}{6}$$

$$P_3(x) = 1 + 0 \cdot x + (-2) \frac{x^2}{2} + 0 \cdot \frac{x^3}{6} = 1 - x^2$$

# LÍMITES Y CONTINUIDAD

2.- El límite  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

- ☐  $\sqrt{3}$
- ☐ No existe
- ☐  $\infty$
- ☒ Ninguna de las anteriores

Solución.-  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x) = [\infty - \infty]$

Resolvemos la indeterminación (conjugado)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x) \times \left( \frac{\sqrt{x^2 + 3x} + x}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - x^2}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3x}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2}} + \frac{x}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + 1} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

# DOMINIO - funciones de una variable

3 .- El dominio de la función  $f(x) = \frac{1}{(x^2+1)}$  es:

Puntuación acierto: 1    Puntuación fallo: -0

---

- ☐  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
- ☐  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
- ☒  $\mathbb{R}$
- ☐ Ninguna de las anteriores

**Solución.-** La función  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$  está definida para cualquier  $x$

$$\text{Dominio } f(x) = \mathbb{R}$$

Observe que NO existe ningún número real  $x$  tal que  $x^2 + 1 = 0$   
es decir, que verifique  $x^2 = -1$

# DOMINIO - funciones de una variable

4 .- Hallar el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x-5}}$

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

- ☐ R
- ☐  $\mathbb{R} \setminus \{5\}$
- ☒  $(-\infty, 3] \cup (5, \infty)$
- ☐ Ninguno de los anteriores

**Solución.-** Calcular los valores  $x$  tales que:

$$f(x) = \frac{x-3}{x-5} \geq 0$$

|         | $(-\infty, 3)$ | $(3, 5)$ | $(5, +\infty)$ |
|---------|----------------|----------|----------------|
| $x - 3$ | -              | +        | +              |
| $x - 5$ | -              | -        | +              |
| $f(x)$  | +              | -        | +              |
|         | $\geq 0$       | $< 0$    | $\geq 0$       |

- En conclusión,  $\text{Dom}(f) = (-\infty, 3] \cup (5, +\infty)$ .

NOTA. Observe que  $x = 3$  es un punto del dominio.

# DERIVADA - funciones de una variable

5 .- Derivar la función  $f(x) = x^x$

Puntuación acierto: 1    Puntuación fallo: -0

- ☐  $x^x$
- ☒  $(\ln(x) + 1)x^x$
- ☐  $\ln(x)x^x$
- ☐ Ninguna de las anteriores

**Solución.-** Sea  $f(x) = x^x$

DERIVADA LOGARÍTMICA

Tomo *logaritmos*  $\Rightarrow \ln f(x) = \ln x^x$

Propiedades *logaritmos*  $\Rightarrow \ln f(x) = x \cdot (\ln x)$

$$\text{Derivamos} \Rightarrow (\ln f(x))' = \ln x + x \frac{1}{x} = (\ln x) + 1$$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = (\ln x) + 1$$

En conclusión:  $f'(x) = [(\ln x) + 1] \cdot f(x) = [(\ln x) + 1] \cdot x^x$

# DERIVADA IMPLICITA

6.- Indique cuál es la pendiente de la recta tangente a la curva definida implícitamente por  $y$  mediante la expresión

$$x^3 - 3bxy + y^3 = 0$$

**Solución.-**

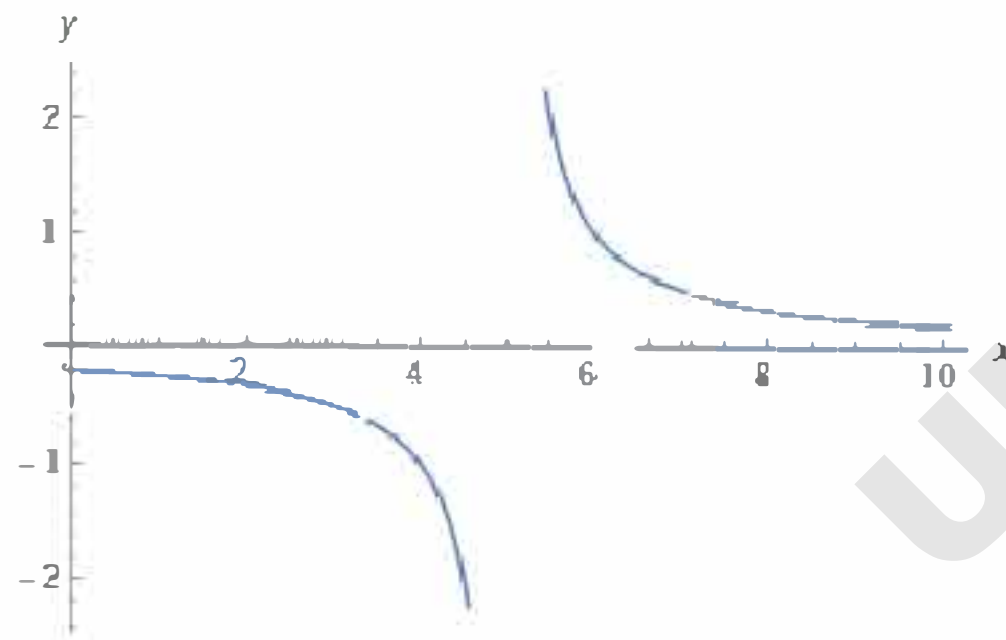
$$\begin{aligned} x^3 - 3bxy + y^3 &= 0 \\ \text{DERIVANDO} \implies 3x^2 - 3by - 3bx \frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} &= 0 \\ 3x^2 - 3by &= (3bx - 3y^2) \frac{dy}{dx} \\ y' = \frac{dy}{dx} &= \frac{3x^2 - 3by}{3bx - 3y^2} \end{aligned}$$

# CONTINUIDAD

7.- La función  $f(x) = \frac{1}{(x-5)}$

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

- ☐ Es continua en todo  $\mathbb{R}$
- ☒ Tiene una discontinuidad de primera especie
- ☐ Tiene una discontinuidad de segunda especie
- ☐ Ninguna de las anteriores



Solución.-

$$f(x) = \frac{1}{x-5}$$

$f$  tiene una discontinuidad de primera especie en  $x = 5$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{x-5} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{1}{x-5} = +\infty$$

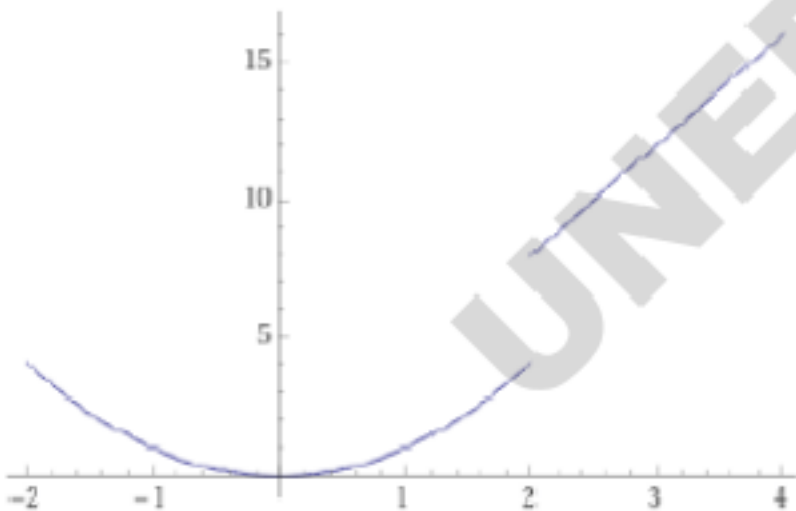
### Discontinuidad inevitable o de primera especie

La discontinuidad inevitable, también denominada de primera especie, se produce cuando existen los límites laterales pero son distintos o bien alguno de ellos o los dos son  $\infty$ :

#### Salto finito

|                        |                                                          |                       |
|------------------------|----------------------------------------------------------|-----------------------|
| representación gráfica | $\begin{cases} x^2 & x \leq 2 \\ 4x & x > 2 \end{cases}$ | $x = -2 \text{ a } 4$ |
|------------------------|----------------------------------------------------------|-----------------------|

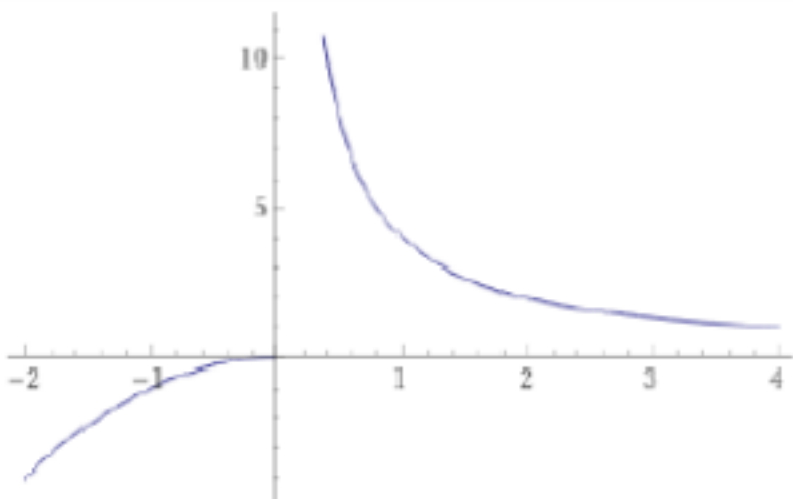
Representación gráfica



#### Salto infinito

|                        |                                                                    |                       |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| representación gráfica | $\begin{cases} -x^2 & x \leq 0 \\ \frac{4}{x} & x > 0 \end{cases}$ | $x = -2 \text{ a } 4$ |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------|-----------------------|

Representación gráfica



# FUNCIÓN PAR & IMPAR

8 .- La función  $f(x) = \frac{x}{(x^2-3)}$  es

Puntuación acierto: 1      Puntuación fallo: -0

---

- ☐ Par
- ☒ Impar
- ☐ No es par
- ☐ Ninguna de las anteriores

**Solución.-**

La función  $f(x)$  es par si verifica:  $f(-x) = f(x)$

La función  $f(x)$  es impar si verifica:  $f(-x) = -f(x)$

En nuestro caso:

$$f(-x) = \frac{(-x)}{(-x)^2 - 3} = \frac{-x}{x^2 - 3} = -\left(\frac{x}{x^2 - 3}\right) = -f(x)$$

$\Rightarrow$   **$f$  es una función impar**

# ASÍNTOTAS

9 .- La función  $f(x) = \frac{1}{3x-2}$

Puntuación acierto: 1      Puntuación fallo: -0

- ☐ Tiene asíntota horizontal en +1
- ☒ Tiene asíntota vertical en  $x=2/3$
- ☐ Tiene asíntota horizontal en -1
- ☐ Ninguna de las anteriores son correctas

Solución.- Analizamos dónde se anula el denominador:

$$f(x) = \frac{1}{3x-2}$$

$$3x-2=0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2/3^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2/3^-} f(x) = -\infty$$

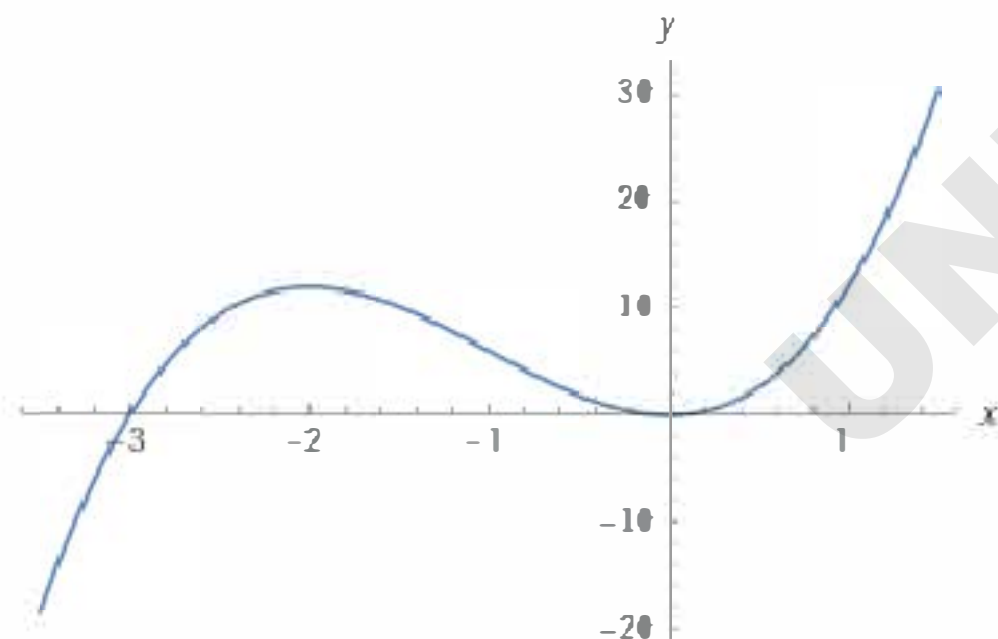
**Asíntota vertical:  $x=2/3$**

# EXTREMOS ABSOLUTOS

10 .- La función  $f(x) = 3x^3 + 9x^2$ , en el intervalo  $[0,4]$ ,

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

- ☐ Tiene máximo absoluto en  $x=0$
- ☒ Tiene máximo absoluto en  $x=4$
- ☐ Tiene máximo absoluto en  $x=2$
- ☐ No tiene máximo absoluto en el intervalo



**Solución.-** La función  $f$  es continua en  $[0,4]$  y derivable en  $(0,4)$ , el método para hallar los extremos absolutos es:

- Hallar los extremos locales de la función en el intervalo abierto  $(0,4)$

$$f'(x) = 9x(x+2) = 0 \rightarrow x = 0, x = -2$$

No consideramos ninguna raíz, pues ni  $x = 0$ , ni  $x = -2$  pertenecen al intervalo abierto  $(0,4)$

- Evaluar la función en los extremos del intervalo:  $f(0) = 0$  y  $f(4) = 336$ .

- El mayor de los valores de la función obtenido para los extremos locales y los extremos de los intervalos será el máximo absoluto en el intervalo. De forma análoga, el menor de los valores de la función será el mínimo absoluto.

**CONCLUSIÓN:** Considerando la función  $f$  en el intervalo  $[0,4]$ , se tiene:

**$x = 0$  es el mínimo absoluto,  $x = 4$  es el máximo absoluto.**



Javier Sanz  
Profesor: [unedbolsa.com](http://unedbolsa.com)

## CÁLCULO

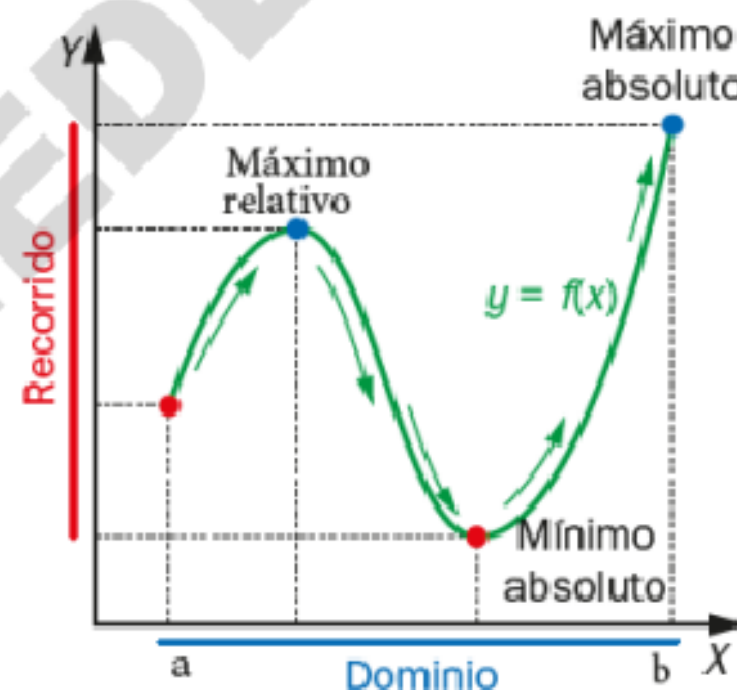
### Extremos Absolutos

#### Método para hallar los extremos absolutos

Sea  $f$  una función continua en un intervalo cerrado  $[a, b]$ , los pasos a seguir para hallar los extremos absolutos en el citado intervalo son:

- Hallar los extremos locales de la función en el intervalo abierto  $(a, b)$ .
- Evaluar la función en los extremos del intervalo:  $f(a)$  y  $f(b)$ .
- El mayor de los valores de la función obtenido para los extremos locales y los extremos de los intervalos será el máximo absoluto en el intervalo. De forma análoga, el menor de los valores de la función será el mínimo absoluto.

NOTA. El máximo (mínimo) absoluto puede alcanzarse en más de un punto.

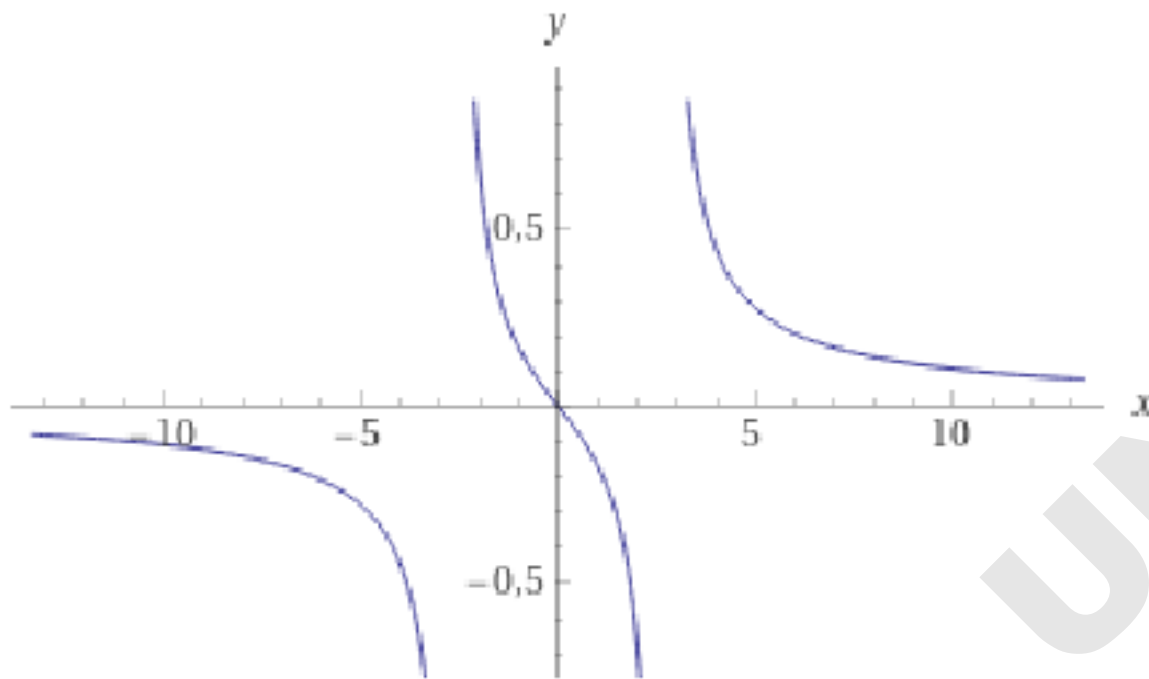


# APLICACIONES DE LA DERIVADA

11 .- La función  $f(x) = \frac{x}{(x^2-7)}$  tiene un máximo relativo en el punto

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

- ☐  $x=1$
- ☐  $x=-1$
- ☐  $x=0$
- ☒ La función no tiene máximos relativos



**Solución.-** Recuerde el cálculo de máximos y mínimos locales

$$\text{si } f'(a) = 0 \rightarrow a = \text{PUNTO CRÍTICO}$$

además

$$\text{si } f''(a) < 0 \rightarrow a = \text{máximo relativo}$$

$$\text{si } f''(a) > 0 \rightarrow a = \text{mínimo relativo}$$

$$\text{En este caso: } f'(x) = -\frac{x^2 + 7}{(x^2 - 7)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -(x^2 + 7) = 0 \Leftrightarrow x^2 = -7$$

No existe número real que al cuadrado sea negativo.

# MÁXIMOS & MÍNIMOS

12 .- La función  $f(x) = \frac{x-3}{x^2-5}$  tiene

Puntuación acierto: 1      Puntuación fallo: -0

- ☐ Un máximo en el punto  $x=2$
- ☐ Un mínimo en el punto  $x=1/2$
- ☒ Un mínimo en el punto  $x=1$
- ☐ Ninguna de las anteriores

Solución.- Tenemos:  $f'(x) = -\frac{(x-5)(x-1)}{(x^2-5)^2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x-5=0 \Leftrightarrow x=5$$

$$\Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

Puntos Críticos:  $x=5$ ,  $x=1$

para  $x=1$ , se tiene  $f''(1) = \frac{1}{4} > 0 \rightarrow$  **mínimo local**

para  $x=5$ , se tiene  $f''(5) = \frac{-1}{100} < 0 \rightarrow$  **máximo local**

Observe que  $f''(x) = \frac{2x^3 - 18x^2 + 30x - 30}{(x^2-5)^3}$

# CRECIMIENTO & DECRECIMIENTO

13 .- La función  $f(x) = \frac{1}{(x^2-4)}$  es creciente en:

Puntuación acierto: 1    Puntuación fallo: -0

**Solución.-**

- En primer lugar, se halla la primera derivada de la función:

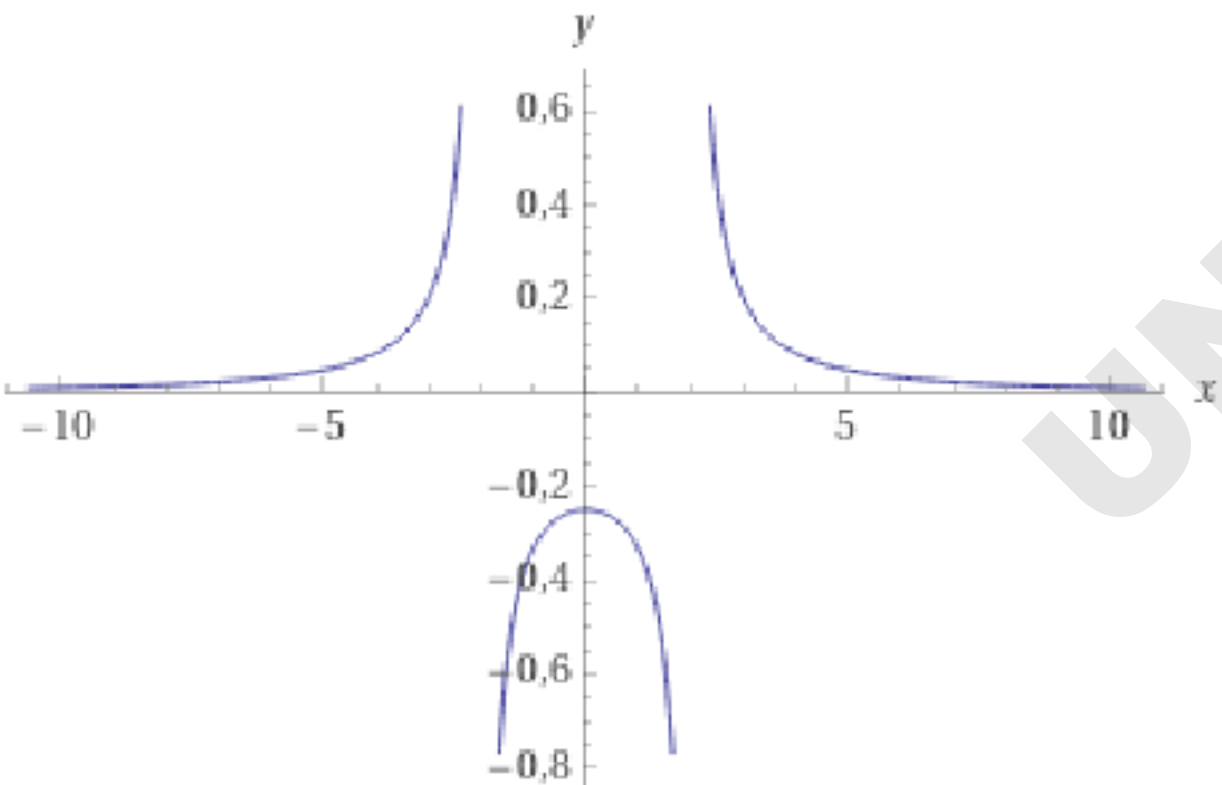
$$f'(x) = -\frac{2x}{(x^2-4)^2}$$

- A continuación, de la igualdad  $f'(x) = 0$ , obtenemos:  $x = 0$ .

- Se establecen los intervalos abiertos de estudio del signo de  $f''$ , como  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ , determinados por:  $(-\infty, -2)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(0, 2)$  y  $(2, +\infty)$

|               | $(-\infty, -2)$ | $(-2, 0)$ | $(0, +2)$   | $(2, +\infty)$ |
|---------------|-----------------|-----------|-------------|----------------|
| $-2x$         | +               | +         | -           | -              |
| signo $f'(x)$ | +               | +         | -           | -              |
|               | ↑               | ↑         | ↓           | ↓              |
|               | creciente       | creciente | decreciente | decreciente    |

- En conclusión,  $f$  es creciente en  $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ .



☐ (0,2)

☒ (-2,0)

☐ (-2,0) U (2,4)

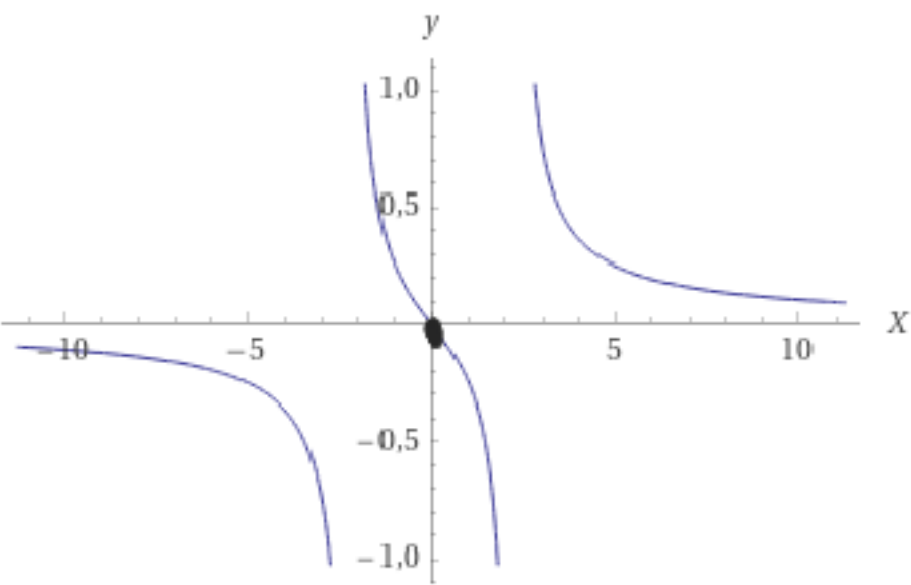
☐ (-4,-2)U(0,2)

# PUNTOS DE INFLEXIÓN

14 .- La función  $f(x) = \frac{x}{(x^2-5)}$  tiene un punto de inflexión en

Puntuación acierto: 1    Puntuación fallo: -0

- ☐  $x=5$
- ☐  $x=-5$
- ☒  $x=0$
- ☐ No tiene puntos de inflexión



**Solución.-**

- En primer lugar, se halla la segunda derivada de la función:

$$f'(x) = -\frac{x^2 + 5}{(x^2 - 5)^2} \implies f''(x) = \frac{2x(x^2 + 15)}{(x^2 - 5)^3}$$

- A continuación, de la igualdad  $f''(x) = 0$ , obtenemos:  $x = 0$ .

- Se establecen los intervalos abiertos de estudio del signo de  $f''$ , como  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{5}\}$ , determinados por:  
 $(-\infty, -\sqrt{5})$ ,  $(-\sqrt{5}, 0)$ ,  $(0, \sqrt{5})$  y  $(\sqrt{5}, +\infty)$

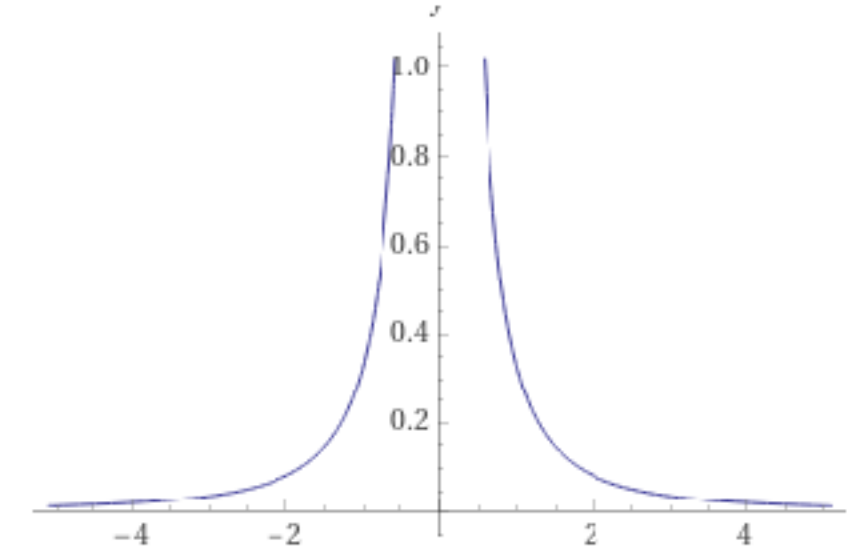
|                        | $(-\infty, -\sqrt{5})$ | $(-\sqrt{5}, 0)$ | $(0, +\sqrt{5})$ | $(\sqrt{5}, +\infty)$ |
|------------------------|------------------------|------------------|------------------|-----------------------|
| $2x$                   | -                      | -                | +                | +                     |
| $(x^2 - 5)^3$          | +                      | -                | -                | +                     |
| $\text{signo } f''(x)$ | -                      | +                | -                | +                     |
|                        | $\cap$                 | $\cup$           | $\cap$           | $\cup$                |
|                        | cóncava                | convexa          | cóncava          | convexa               |

- En conclusión,  **$f$  tiene un punto de inflexión en  $x = 0$ .**

# CONCAVIDAD & CONVEXIDAD

15 .- La función  $f(x) = \frac{1}{(3x^2)}$  es

Puntuación acierto: 1      Puntuación fallo: -0



- ☒ Convexa ( $\cup$ ) en todo su dominio
- ☐ Cóncava en todo su dominio
- ☐ Cóncava en  $(-\infty, 0)$
- ☐ Ninguna de las anteriores

**Solución.-**

Tenemos:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^{-2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-2}{3}x^{-3} \Rightarrow f''(x) = 2x^{-4} = \frac{2}{x^4}$$

por tanto:  $f'' > 0$

con lo que  $f$  es convexa en todo su dominio  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

Recuerde:

$$f'' < 0 \Rightarrow f \text{ cóncava } \cap$$

$$f'' > 0 \Rightarrow f \text{ convexa } \cup$$

# DERIVADAS PARCIALES

16 .- Hallar las derivadas segundas cruzadas de la función  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

☐  $\frac{-xy}{(x^2+y^2)^2}$

☒  $\frac{-4xy}{(x^2+y^2)^2}$

☐  $\frac{-xy}{(x^2+y^2)}$

☐ Ninguna de las anteriores

**Solución.-**

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2} \implies \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{0 - 2y(2x)}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{-4xy}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2} \implies \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{0 - 2x(2y)}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{-4xy}{(x^2 + y^2)^2}$$

# FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

17.- Dada la función  $v = x^3y + 3xz^3 - 2xy^2z$ , Decidir si es homogénea y en su caso el grado de homogeneidad.

Puntuación acierto: 1    Puntuación fallo: -0

- ☐ No es homogénea
- ☐ Es homogénea y  $m=3$
- ☐ Es homogénea y  $m=2$
- ☒ Es homogénea y  $m=4$

**Solución.-**

$$\begin{aligned}
 f(tx, ty, tz) &= (tx)^3(ty) + 3(tx)(tz)^3 - 2(tx)(ty)^2(tz) \\
 &= t^4x^3y + 3t^4xz^3 - 2t^4xy^2z \\
 &= t^4[x^3y + 3xz^3 - 2xy^2z] \\
 &= t^4f(x, y, z)
 \end{aligned}$$

# DERIVADAS PARCIALES

18.- Dada la función  $z = u^3 e^{2v}$  y siendo  $u = xy$ ;  $v = \frac{x}{y}$ . Hallar  $\frac{\partial z}{\partial y}$

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

☐  $3u^2 e^{2v} y + 2u^3 e^{2v} \frac{1}{y}$

☐  $(3x^2 y^3 + 2x^3 y^2) e^{2\frac{x}{y}}$

☐  $(2x^2 y^3 + 3x^3 y^2) e^{2\frac{x}{y}}$

☒  $(3x^3 y^2 - 2x^4 y) e^{2\frac{x}{y}}$

**Solución.-** Derivando:

$$z = u^3 e^{2v} \implies \frac{\partial z}{\partial u} = 3u^2 e^{2v} \quad \frac{\partial z}{\partial v} = 2u^3 e^{2v}$$

$$u = xy \implies \frac{\partial u}{\partial y} = x$$

$$v = xy^{-1} \implies \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{x}{y^2}$$

En consecuencia:

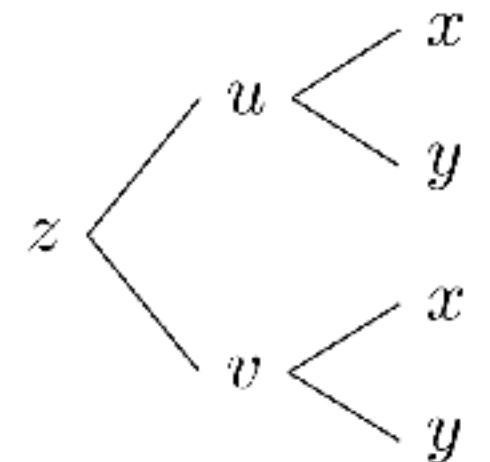
$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$= 3u^2 e^{2v} \cdot x + 2u^3 e^{2v} \left( \frac{-x}{y^2} \right)$$

$$= 3(xy)^2 e^{2(\frac{x}{y})} \cdot x - 2(xy)^3 e^{2(\frac{x}{y})} \cdot \frac{x}{y^2}$$

$$= 3x^3 y^2 e^{2(\frac{x}{y})} - 2x^4 y e^{2(\frac{x}{y})}$$

$$= (3x^3 y^2 - 2x^4 y) e^{2(\frac{x}{y})}$$



# FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

19 .- Para la función  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 12x - 27y + 25$  , los puntos críticos son

Puntuación acierto: 1 Puntuación fallo: -0

- ☒ (-2,-3),(2,3),(-2,3),(2,-3)
- ☐ (-2,-3), (0,0)
- ☐ (2,-3), (0,0)
- ☐ Ninguno de los anteriores

**Solución-.**

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 12x - 27y + 25$$

$$\text{Puntos críticos: } \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - 12 = 0 \quad \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2, \quad x = -2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 - 27 = 0 \quad \Leftrightarrow y^2 = 9 \Leftrightarrow y = 3, \quad y = -3$$

Puntos críticos: **(2, 3), (2, -3), (-2, 3), (-2, -3)**

# DIFERENCIAL

20 .- Calcular el diferencial de la función  $z = 4x^3y^3$

Puntuación acierto: 1    Puntuación fallo: -0

---

- ☐  $dz = 12xy^3dx + 12x^3ydy$
- ☒  $dz = 12x^2y^3dx + 12x^3y^2dy$
- ☐  $dz = 12x^3y^3dx + 12x^3y^3dy$
- ☐ Ninguna de las anteriores

**Solución.-** Aplicando la definición  $dz$ , tenemos:

$$\begin{aligned} dz &= z'_x dx + z'_y dy \\ &= 12x^2y^3dx + 12x^3y^2dy \end{aligned}$$

# INTEGRAL INDEFINIDA

Calcular la siguiente integral indefinida:

$$I = \int x \cdot \operatorname{sen} x \cdot dx$$

**Solución.-** Aplicando la integración por partes (regla LIATE o ALPES):

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

$$u = x \quad \rightarrow \quad du = dx$$

$$dv = \operatorname{sen} x \cdot dx \quad \rightarrow \quad v = -\cos x$$

$\Rightarrow$  por partes

$$I = (-x \cos x) + \int \cos x dx = (-x \cos x) + \sin x + C$$

# INTEGRAL DEFINIDA

Calcular el área de la curva  $f(x) = x^2$  en el intervalo  $[1, 3]$

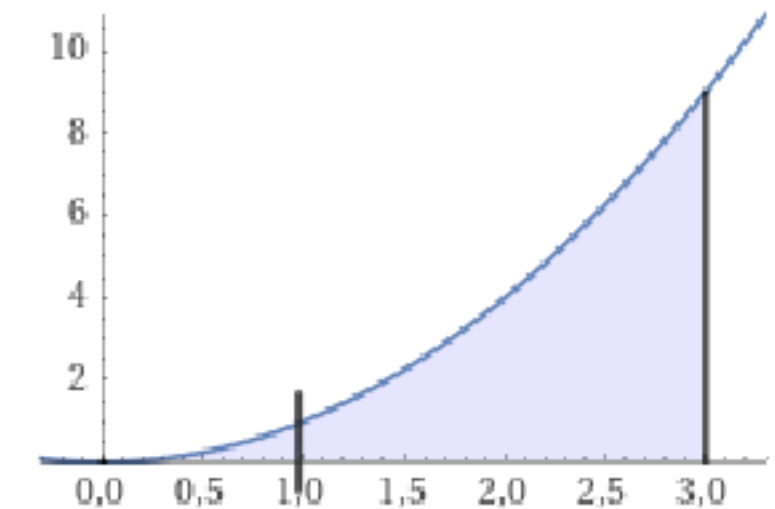
**Solución.-**

Para hallar el área de la curva  $f(x)$  en un intervalo  $[a, b]$ , se aplica la fórmula:

$$\text{Área} = \int_a^b f(x) dx$$

En consecuencia, para nuestra función e intervalo:

$$\text{Área} = \int_1^3 x^2 dx = \left[ \frac{x^3}{3} \right]_1^3 = \frac{27}{3} - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}.$$



# INTEGRAL IMPROPIA

Hallar el valor de la siguiente integral impropia

$$I = \int_1^{\infty} x^{-2} dx$$

**Solución.-**

Se está ante una integral impropia de primera especie, por tanto, se tiene que

$$\int_1^{\infty} f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n f(x) dx$$

En este caso,

$$I = \int_1^{\infty} x^{-2} dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{-1}{x} \right]_1^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n} - (-1) = 0 + 1 = 1.$$

Como el valor del límite es finito, se está ante una integral convergente y se puede afirmar que

$$I = 1$$