

Microeconomía: Producción y Mercados

TEMA 16

Los Bienes Públicos

Profesor Tutor: Alberto Durán García

Email: albduran@madridsur.uned.es

Curso 2023/2024

La tutoría consistirá en...

- ☐ Una breve **introducción teórica**
- ☐ Resolución de **ejercicios test**
- ☐ Resolución de **problemas prácticos**

Este tema se corresponde con el **Capítulo 37 (9ª Edición)** del libro de texto:

VARIAN, HAL R. “MICROECONOMÍA INTERMEDIA”

Bibliografía:

- *Martín Marcos, Ana. Guía Didáctica. Preguntas tipo test 16.1 a 16.10*
- *Martín Marcos, Ana. Problemas resueltos. Problemas 16.1 y 16.2*
- *Libro de Varian (9ª Edición). Problema 37.1*
- *Carrasco, Amparo, et al. “Microeconomía Intermedia”. Problemas y Cuestiones”. McGraw Hill. Problema 5.14*

No constituye materia de examen los epígrafes...

- ☐ 37.9 - El mecanismo de Vickrey-Clark-Groves
- ☐ 37.10 - Ejemplos de Vickrey-Clark-Groves
- ☐ 37.11 - Problemas de VCG

...ni tampoco los siguientes ejemplos:

- ☐ Reconsideración de la contaminación
- ☐ Manipulación del orden del día
- ☐ Un ejemplo del impuesto de Clarke

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

¿QUÉ ES UN BIEN PÚBLICO?

Un **bien público** es un bien que provoca una externalidad en el consumo. (Cuando a un consumidor le afecta directamente la producción o el consumo de otros).
Debe suministrarse a todas las personas en una misma cantidad.

EJEMPLOS: DEFENSA, FUEGOS ARTIFICIALES, ALUMBRADO...

BIEN PÚBLICO $\neq$ BIEN DEL ESTADO

¿CUÁNDO SUMINISTRARLO?

Dependerá de las restricciones presupuestarias de los individuos, determinadas por los siguientes factores...

- ☐ Riqueza Inicial
- ☐ Aportación individual para su adquisición
- ☐ Resto para gastar en consumo privado
- ☐ Coste del bien

.... Que a su vez condicionaran sus preferencias

Precio de reserva: es la cantidad máxima que estarían dispuestos a pagar los consumidores por tener ese bien público.

Adquisición del bien:

- ☐ Debe suponer una mejora en el Sentido de Pareto.
- ☐ Por tanto, el Precio de reserva de cada persona es superior a su participación en el coste de adquisición.
- ☐ Hay un sistema de pagos con el que todas las personas disfrutan mayor bienestar teniendo el bien que no teniéndolo.
- ☐ Es una asignación con mayor utilidad que si lo gastaran todo en bienes privados.
- ☐ Excepción: Preferencias Cuasilineales, provisión óptima independiente de la riqueza.

EL PROBLEMA DEL POLIZÓN

Los individuos **no muestran sus verdaderos precios de reserva** para conseguir pagar lo menos posible por el bien público.

NIVELES DE BIEN PÚBLICO

	Persona 1	Persona 2
Riqueza inicial	w_1	w_2
Aportación para la compra de la tv	g_1	g_2
Resto para gastar en consumo privado	x_1	x_2
Calidad del televisor	G	
Coste del televisor	$c(G)$	
Utilidad	$u_1(x_1, G)$	$u_2(x_2, G)$

Restricción Presupuestaria: $x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2$

La suma de los valores absolutos de las RMS entre bienes privados y el público de dos consumidores debe ser igual al coste marginal de suministrar una unidad adicional más.

$$|RMS_1| + |RMS_2| = CM(G)$$

LAS PREFERENCIAS CUASILINEALES

En general, la cantidad óptima de bien público es diferente para cada asignación de bien privado. Pero si las preferencias son cuasilineales, la cantidad de bien público correspondiente a cada asignación eficiente es única.

Para estas preferencias, la RMS de los individuos del sistema no varían cuando varían las cantidades de los bienes privados. (Utilidad Marginal del bien privado = 1)

BIENES PRIVADOS

Mercado competitivo asigna eficientemente los recursos

Su consumo no afecta a la utilidad de otros (no hay externalidades)

BIENES PÚBLICOS

Mercado competitivo no es capaz de lograr equilibrios Pareto-eficientes

Consumo afecta a la utilidad o consumo de otros

MECANISMO AUTORITARIO VS SISTEMA DE VOTACIÓN

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS TIPO TEST

Pregunta TEST 16.1

Señale la respuesta incorrecta. Son características fundamentales de los bienes públicos las siguientes:

- a) Todos los consumidores deben consumir la misma cantidad del correspondiente bien público.
- b) Los bienes públicos son consumidos conjuntamente por todos los consumidores afectados.
- c) No es posible excluir a ningún consumidor del disfrute de los bienes públicos obligándole a pagar un determinado precio.
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.1

Señale la respuesta incorrecta. Son características fundamentales de los bienes públicos las siguientes:

- a) Todos los consumidores deben consumir la misma cantidad del correspondiente bien público.
- b) Los bienes públicos son consumidos conjuntamente por todos los consumidores afectados.
- c) No es posible excluir a ningún consumidor del disfrute de los bienes públicos obligándole a pagar un determinado precio.
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.2

Señale la respuesta errónea. Decimos que una asignación de recursos es ineficiente en el sentido de Pareto:

- a) Si puede mejorarse simultáneamente el bienestar de todos los individuos afectados.
- b) Si puede mejorarse el bienestar de al menos un individuo sin empeorar el de ningún otro.
- c) Si no puede mejorarse el bienestar de ningún individuo sin empeorar el de ningún otro.
- d) Si puede mejorarse el bienestar de la mayoría de los individuos sin que empeore la del resto.

Pregunta TEST 16.2

Señale la respuesta errónea. Decimos que una asignación de recursos es ineficiente en el sentido de Pareto:

- a) Si puede mejorarse simultáneamente el bienestar de todos los individuos afectados.
- b) Si puede mejorarse el bienestar de al menos un individuo sin empeorar el de ningún otro.
- c) Si no puede mejorarse el bienestar de ningún individuo sin empeorar el de ningún otro.
- d) Si puede mejorarse el bienestar de la mayoría de los individuos sin que empeore la del resto.

Pregunta TEST 16.3

Consideremos dos individuos que se enfrentan al problema de la adquisición de una determinada cantidad de un bien público cuyo coste es c .

Sean g_1 y g_2 sus respectivas aportaciones para la adquisición del bien público en cuestión, de forma que se cumple: $g_1 + g_2 > c$.

Sean r_1 y r_2 los respectivos precios de reserva de ambos consumidores. La adquisición del bien público en cuestión constituye una mejora en el sentido de Pareto siempre que se cumpla:

- a) $r_1 > g_1; r_2 < g_2$
- b) $r_1 < g_1; r_2 > g_2$
- c) $r_1 > g_1; r_2 > g_2$
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.3

Consideremos dos individuos que se enfrentan al problema de la adquisición de una determinada cantidad de un bien público cuyo coste es c .

Sean g_1 y g_2 sus respectivas aportaciones para la adquisición del bien público en cuestión, de forma que se cumple: $g_1 + g_2 > c$.

Sean r_1 y r_2 los respectivos precios de reserva de ambos consumidores. La adquisición del bien público en cuestión constituye una mejora en el sentido de Pareto siempre que se cumpla:

a) $r_1 > g_1; r_2 < g_2$

b) $r_1 < g_1; r_2 > g_2$

c) $r_1 > g_1; r_2 > g_2$

d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.4

Señale la respuesta errónea. La adquisición de una determinada cantidad de un bien público por parte de cierto número de consumidores, constituye una mejora en el sentido de Pareto:

- a) Cuando la aportación que debe realizar cada uno de ellos es menor que lo que estaría dispuesto a pagar cada uno de ellos por adquirir el bien público en cuestión.
- b) Cuando el precio de reserva de cada uno de los consumidores afectados es superior a la aportación que debe realizar cada uno de ellos para adquirir el bien público en cuestión.
- c) Cuando la suma de los precios de reserva de los distintos individuos es inferior al coste de adquisición del bien público en cuestión.
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.4

Señale la respuesta errónea. La adquisición de una determinada cantidad de un bien público por parte de cierto número de consumidores, constituye una mejora en el sentido de Pareto:

- a) Cuando la aportación que debe realizar cada uno de ellos es menor que lo que estaría dispuesto a pagar cada uno de ellos por adquirir el bien público en cuestión.
- b) Cuando el precio de reserva de cada uno de los consumidores afectados es superior a la aportación que debe realizar cada uno de ellos para adquirir el bien público en cuestión.
- c) Cuando la suma de los precios de reserva de los distintos individuos es inferior al coste de adquisición del bien público en cuestión.
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.5

Señale la respuesta errónea. La condición necesaria y suficiente para que la provisión de una determinada cantidad de un bien público constituya una mejora en el sentido de Pareto en el bienestar de los individuos afectados, es que:

- a) La suma de los precios de reserva de cada uno de los individuos sea mayor que el coste de suministrar el bien público.
- b) La suma de las cantidades máximas que están dispuestos a pagar cada uno de los individuos por suministrar el bien público sea mayor que el coste de suministrar este último.
- c) La suma de los precios de reserva de cada uno de los individuos sea menor que el coste de suministrar el bien público.
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.5

Señale la respuesta errónea. La condición necesaria y suficiente para que la provisión de una determinada cantidad de un bien público constituya una mejora en el sentido de Pareto en el bienestar de los individuos afectados, es que:

- a) La suma de los precios de reserva de cada uno de los individuos sea mayor que el coste de suministrar el bien público.
- b) La suma de las cantidades máximas que están dispuestos a pagar cada uno de los individuos por suministrar el bien público sea mayor que el coste de suministrar este último.
- c) La suma de los precios de reserva de cada uno de los individuos sea menor que el coste de suministrar el bien público.
- d) Ninguna de las anteriores.

$$r_1 > g_1; r_2 > g_2; g_1 + g_2 = c$$

$$r_1 + r_2 > g_1 + g_2 = c$$

Pregunta TEST 16.6

Consideremos dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad:

$$u_i(x_i, G) \quad i = 1, 2$$

donde $x_i \quad i = 1, 2$ es el consumo del bien privado por parte de cada uno de los individuos, y G = consumo del bien público, el cual puede ser suministrado en diferentes cantidades.

$c(G)$ = función que expresa el coste de suministrar la cantidad G del bien público. $CM(G)$ = el coste marginal correspondiente.

Sean las RMS $i = 1, 2$; de ambos consumidores entre el bien privado y el bien público. La condición de eficiencia en el sentido de Pareto en la provisión del bien público, exige que la cantidad óptima suministrada de este último sea tal que:

- a) $RMS1 + RMS2 = CM(G)$
- b) $|RMS1| + |RMS2| = CM(G)$
- c) $|RMS1| + |RMS2| = c(G)$
- d) Ninguna de las anteriores

Pregunta TEST 16.6

Consideremos dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad:

$$u_i(x_i, G) \quad i = 1, 2$$

donde $x_i \quad i = 1, 2$ es el consumo del bien privado por parte de cada uno de los individuos, y G el consumo del bien público, el cual puede ser suministrado en diferentes cantidades.

$c(G)$ = función que expresa el coste de suministrar la cantidad G del bien público. $CM(G)$ = el coste marginal correspondiente.

Sean las RMS $i = 1, 2$; de ambos consumidores entre el bien privado y el bien público. La condición de eficiencia en el sentido de Pareto en la provisión del bien público, exige que la cantidad óptima suministrada de este último sea tal que:

- a) $RMS1 + RMS2 = CM(G)$
- b) $|RMS1| + |RMS2| = c(G)$
- c) $|RMS1| + |RMS2| = CM(G)$
- d) Ninguna de las anteriores

Pregunta TEST 16.7

Consideremos dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad:

$$u_i(x_i, G) \quad i = 1, 2$$

donde $x_i \quad i = 1, 2$ es el consumo del bien privado por parte de cada uno de los individuos, y G el consumo del bien público, el cual puede ser suministrado en diferentes cantidades.

Sea $c(G)$ la función que expresa el coste de suministrar la cantidad G del bien público, y $CM(G)$ el coste marginal correspondiente.

Sean las RMS $i = 1, 2$; de ambos consumidores entre el bien privado y el bien público. El bienestar de ambos consumidores puede ser mejorado incrementando la cantidad suministrada del bien público siempre que se cumpla lo siguiente:

- a) $|RMS1| + |RMS2| = CM(G)$
- b) $|RMS1| + |RMS2| < CM(G)$
- c) $|RMS1| + |RMS2| > CM(G)$
- d) Ninguna de las anteriores

Pregunta TEST 16.7

Consideremos dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad:

$$u_i(x_i, G) \quad i = 1, 2$$

donde $x_i \quad i = 1, 2$ es el consumo del bien privado por parte de cada uno de los individuos, y G el consumo del bien público, el cual puede ser suministrado en diferentes cantidades.

Sea $c(G)$ la función que expresa el coste de suministrar la cantidad G del bien público, y $CM(G)$ el coste marginal correspondiente.

Sean las RMS $i = 1, 2$; de ambos consumidores entre el bien privado y el bien público. El bienestar de ambos consumidores puede ser mejorado incrementando la cantidad suministrada del bien público siempre que se cumpla lo siguiente:

- a) $|RMS1| + |RMS2| = CM(G)$
- b) $|RMS1| + |RMS2| < CM(G)$
- c) $|RMS1| + |RMS2| > CM(G)$
- d) Ninguna de las anteriores

Pregunta TEST 16.8

Consideremos dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad:

$$u_i(x_i, G) \quad i = 1, 2$$

donde $x_i \quad i = 1, 2$ es el consumo del bien privado por parte de cada uno de los individuos, y G el consumo del bien público, el cual puede ser suministrado en diferentes cantidades.

Sea $c(G)$ la función que expresa el coste de suministrar la cantidad G del bien público, y $CM(G)$ el coste marginal correspondiente.

Sean las RMS $i = 1, 2$; de ambos consumidores entre el bien privado y el bien público. El bienestar de ambos consumidores puede ser mejorado reduciendo la cantidad suministrada del bien público siempre que se cumpla lo siguiente:

- a) $|RMS1| + |RMS2| = CM(G)$
- b) $|RMS1| + |RMS2| < CM(G)$
- c) $|RMS1| + |RMS2| > CM(G)$
- d) Ninguna de las anteriores

Pregunta TEST 16.8

Consideremos dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad:

$$u_i(x_i, G) \quad i = 1, 2$$

donde $x_i \quad i = 1, 2$ es el consumo del bien privado por parte de cada uno de los individuos, y G el consumo del bien público, el cual puede ser suministrado en diferentes cantidades.

Sea $c(G)$ la función que expresa el coste de suministrar la cantidad G del bien público, y $CM(G)$ el coste marginal correspondiente.

Sean las RMS $i = 1, 2$; de ambos consumidores entre el bien privado y el bien público. El bienestar de ambos consumidores puede ser mejorado reduciendo la cantidad suministrada del bien público siempre que se cumpla lo siguiente:

- a) $|RMS1| + |RMS2| = CM(G)$
- b) $|RMS1| + |RMS2| < CM(G)$
- c) $|RMS1| + |RMS2| > CM(G)$
- d) Ninguna de las anteriores

Pregunta TEST 16.9

Consideremos dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad:

$$u_i(x_i, G) \quad i = 1, 2$$

donde $x_i \quad i = 1, 2$ es el consumo del bien privado por parte de cada uno de los individuos, y G el consumo del bien público, el cual puede suministrarse en diferentes cantidades.

Si las preferencias de ambos consumidores son cuasilineales, entonces (señale la respuesta errónea):

- a) La cantidad suministrada del bien público en cada asignación eficiente en el sentido de Pareto es siempre la misma.
- b) Cada asignación eficiente en el sentido de Pareto se diferencia únicamente en el reparto del bien privado entre ambos consumidores.
- c) La cantidad suministrada del bien público varía con la distribución de la renta.
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.9

Consideremos dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad:

$$u_i(x_i, G) \quad i = 1, 2$$

donde $x_i \quad i = 1, 2$ es el consumo del bien privado por parte de cada uno de los individuos, y G el consumo del bien público, el cual puede suministrarse en diferentes cantidades.

Si las preferencias de ambos consumidores son cuasilineales, entonces (señale la respuesta errónea):

- a) La cantidad suministrada del bien público en cada asignación eficiente en el sentido de Pareto es siempre la misma.
- b) Cada asignación eficiente en el sentido de Pareto se diferencia únicamente en el reparto del bien privado entre ambos consumidores.
- c) La cantidad suministrada del bien público varía con la distribución de la renta.
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.10

Señale la respuesta errónea. Si las preferencias de todos los consumidores son unimodales, el nivel óptimo de gasto público resultante de un sistema de votación por mayoría:

- a) Es el "gasto mediano".
- b) Es siempre eficiente en el sentido de Pareto.
- c) Es el nivel de gasto tal que la mitad de la población desea gastar más y la otra mitad gastar menos.
- d) Ninguna de las anteriores.

Pregunta TEST 16.10

Señale la respuesta errónea. Si las preferencias de todos los consumidores son unimodales, el nivel óptimo de gasto público resultante de un sistema de votación por mayoría:

- a) Es el "gasto mediano".
- b) Es siempre eficiente en el sentido de Pareto.**
- c) Es el nivel de gasto tal que la mitad de la población desea gastar más y la otra mitad gastar menos.
- d) Ninguna de las anteriores.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PRÁCTICOS

EJERCICIO PRÁCTICO 16.1

Suponga que dos jóvenes 1 y 2 están compartiendo piso. Cada uno de ellos dispone de 1.000 € al mes que gastan en comprar bienes privados (como por ejemplo, en alimentos y vestidos) y en un bien público (como por ejemplo, en calefacción). Suponga que las funciones de utilidad de ambos jóvenes son:

$$U_1 = X_1 G \qquad U_2 = X_2 G$$

x_1 = cantidad que dedica el individuo 1 al gasto en bienes privados

x_2 = cantidad que gasta el individuo 2 en bienes privados.

G = cantidad de dinero que gastan, cada uno de ellos, en el bien público

CM del bien público = 2.

- Calcular la Relación Marginal de Sustitución entre los bienes privados y los bienes públicos de cada uno de los jóvenes.
- Escribir una ecuación que exprese la condición de eficiencia en el sentido de Pareto.
- Calcular el gasto óptimo en el bien público.
- Calcular el gasto óptimo en los bienes privados.

EJERCICIO PRÁCTICO 16.1

- a. Calculamos la Relación marginal de sustitución entre los bienes privados y los bienes públicos de cada uno de los jóvenes.

$$|RMS(1)| = \left| \frac{\frac{\partial U_1}{\partial G}}{\frac{\partial U_1}{\partial x_1}} \right| = \frac{x_1}{G}$$

$$|RMS(2)| = \left| \frac{\frac{\partial U_2}{\partial G}}{\frac{\partial U_2}{\partial x_2}} \right| = \frac{x_2}{G}$$

- b. Escribir una ecuación que exprese la condición de eficiencia en el sentido de Pareto.

$$\frac{x_1}{G} + \frac{x_2}{G} = 2$$

La condición de óptimo paretiano es que la suma de las RMS entre bienes privados y públicos iguale al CM del bien público. CM según enunciado = 2

EJERCICIO PRÁCTICO 16.1

c. Calcular el gasto óptimo en el bien público

El enunciado dice que cada joven dispone de 1.000 € para gastar en bienes privados y públicos. Por tanto:

$$\begin{aligned}x_1 + G &= 1.000 \rightarrow x_1 = 1.000 - G \\x_2 + G &= 1.000 \rightarrow x_2 = 1.000 - G\end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores de x_1 y x_2 en la ecuación que expresa la condición de eficiencia que hemos calculado en el apartado b:

$$\frac{1.000 - G}{G} + \frac{1.000 - G}{G} = 2 \rightarrow \frac{1.000}{G} - 1 + \frac{1.000}{G} - 1 = 2 \rightarrow \frac{2.000}{G} = 4 \rightarrow G^* = 500$$

El gasto óptimo en la adquisición del bien público es de 500 €.

EJERCICIO PRÁCTICO 16.1

d. Calcular el gasto óptimo en los bienes privados

Una vez obtenido el gasto óptimo en la adquisición de bien público $G = 500$ €, podemos obtener el gasto óptimo en bienes privados despejando X_1 y X_2 en la ecuación obtenida en el apartado c:

$$x_1 = 1.000 - 500 = 500$$

$$x_2 = 1.000 - 500 = 500$$

EJERCICIO PRÁCTICO 16.2

En un pueblo viven 1.000 personas, que gastan una parte de sus ingresos anuales que son de 40.000€ en consumir bienes privados como alimentos y vestidos y en financiar el único bien público que hay en esta localidad, un polideportivo.

La función de utilidad del ciudadano i es:

$$U_i(x_i, G) = x_i - \frac{100}{G}$$

- ☐ x_i = cantidad de bienes privados que consume el ciudadano i
- ☐ G = superficie del polideportivo en metros cuadrados
- ☐ El precio de los bienes privados es 1€
- ☐ El precio del polideportivo por m² es de 10€.

EJERCICIO PRÁCTICO 16.2

a. Calcule la RMS entre el polideportivo y los bienes privados para cada uno de los ciudadanos.

$$RMS_i = -\frac{UM_G}{UM_{x_i}} = -\frac{100}{G^2}$$

b. Determine el nº de m² que es eficiente en el sentido de Pareto.

La condición de eficiencia para el caso de bienes públicos es:

$$\sum_{i=1}^{1.000} |RMS_i| = CM(G)$$

Donde $CM(G)$ es el coste marginal de suministrar una unidad más (en este caso un m² más) del bien público

Por tanto,
 $CM(G)=10$, y la
condición de
eficiencia queda:

$$\sum_{i=1}^{1.000} \left| -\frac{100}{G^2} \right| = \sum_{i=1}^{1.000} \frac{100}{G^2} = \frac{100.000}{G^2} = 10 = CM(G)$$

De donde se obtiene que $G = 100$ metros cuadrados

EJERCICIO PRÁCTICO 16.2

c. Suponga que todos los ciudadanos tienen que pagar el coste del polideportivo a partes iguales y que deciden por votación la superficie de ese bien público. ¿Cuál será esa superficie? ¿Es eficiente en el sentido de Pareto?

Cada ciudadano, para decidir qué votar, maximizará su utilidad sujeto a su restricción presupuestaria. Esta última será:

- El gasto en bienes privados será igual al producto del precio de dichos bienes (que según el enunciado es igual a 1€) por la cantidad de bienes que decida consumir (x_i).
- El gasto en el bien público, como se reparte el coste en partes iguales entre los 1.000 habitantes de esta población será, el coste total del bien público dividido entre 1.000. El coste total es el producto del precio por m_2 por la cantidad de m_2 del polideportivo, es decir, $10G$.
- Sus ingresos totales son 40.000€ (enunciado).

EJERCICIO PRÁCTICO 16.2

La restricción
presupuestaria:

$$x_i + \frac{G}{100} = 40.000$$

Y el problema a
resolver será:

$$\left. \begin{array}{l} \max_G U_i(x_i, G) = x_i - \frac{100}{G} \\ \text{s.a.} \quad x_i + \frac{G}{100} = 40.000 \end{array} \right\} \rightarrow \max_G U_i(x_i, G) = 40.000 - \frac{G}{100} - \frac{100}{G}$$

La Condición de Primer Orden:

$$\frac{\partial U_i}{\partial G} = -\frac{1}{100} + \frac{100}{G^2} = 0 \quad \rightarrow \quad G = 100$$

Es decir, una superficie de 100m² es la que maximiza la utilidad de cada ciudadano dada su restricción presupuestaria. Por tanto, eso será lo que votarán. Esa superficie es eficiente en el sentido de Pareto porque vemos que cumple la condición de eficiencia expuesta en el apartado b.

EJERCICIO PRÁCTICO 16.2

d. Suponga ahora que las autoridades culturales de dicha localidad deciden financiar el 50% del polideportivo y que esto no implicará una subida de impuestos a los ciudadanos. En este caso ¿cuál es la superficie del polideportivo por la que votarán los habitantes del pueblo?

La cantidad a pagar a partes iguales por cada ciudadano será la mitad que antes. El coste total es $10G$ euros, $5G$ euros lo pagará el ayuntamiento y los otros $5G$ € entre todos los ciudadanos a partes iguales. El problema de optimización:

$$\left. \begin{array}{l} \max_G U_i(x_i, G) = x_i - \frac{100}{G} \\ \text{s. a.} \quad x_i + \frac{G}{200} = 40.000 \end{array} \right\} \rightarrow \max_G U_i(x_i, G) = 40.000 - \frac{G}{200} - \frac{100}{G}$$

La Condición
de Primer
Orden:

$$\frac{\partial U_i}{\partial G} = -\frac{1}{200} + \frac{100}{G^2} = 0 \quad \rightarrow \quad G = 100\sqrt{2} = 141,4$$

Los ciudadanos decidirían en votación que el polideportivo fuera de 141,1 m²

EJERCICIO PRÁCTICO 16.2

e. ¿Favorece esta subvención la eficiencia económica?

Es claro que la subvención no favorece la eficiencia económica. Con la subvención se decidiría construir un polideportivo de mayor tamaño que el eficiente.

LIBRO DE VARIAN - PROBLEMA 37.1

Supongamos que 10 personas viven en una calle y que cada una esta dispuesta a pagar 2 euros por tener una farola adicional, independientemente del nº que haya.

Si el coste de suministrar x farolas es $c(x) = x^2$, ¿cuál es el numero de farolas eficientes en el sentido de Pareto que debe suministrarse?

Queremos que la suma de las RMS sea igual al CM de suministrar el bien público. La suma de las RMS es $10 \times 2 = 20$. $CM = 2x$.

Ecuación: $2x = 20 \longrightarrow x = 10$

El numero de farolas eficiente en el sentido de Pareto es 10.

LIBRO PROBLEMAS - EJERCICIO 5.14

Con motivo de las fiestas, el Ayuntamiento de Turingia se plantea la posibilidad de ofrecer gratuitamente a los vecinos dos tipos de actividades:

- Conciertos de música popular en la plaza mayor (en la que tienen cabida todos los vecinos), que se escuchan además desde cualquier parte de Turingia.
- Elaboración de una paella gigante a consumir en la barraca principal.

Dados los recursos disponibles, el nº de actuaciones, “x”, y el nº de raciones de arroz, “y”, que puede ofrecer como máximo el Ayuntamiento, viene definido por la siguiente curva de posibilidades de producción: $4x^2 + y^2 = 2.000$.

En Turingia conviven 100 vecinos con preferencias idénticas sobre estas actividades representables por la función:

$$U_i = x_i y_i^4, \quad i = 1, \dots, 100$$

LIBRO PROBLEMAS - EJERCICIO 5.14

Donde “i” denota las cantidades consumidas por cada vecino. Determine los niveles totales óptimos de actuaciones y raciones de paella que debería ofrecer el Ayuntamiento. Represente gráficamente la solución.

La asistencia a los conciertos por parte de un consumidor no excluye de su disfrute al resto ni reduce el consumo de los demás individuos, algo que sí sucede con el consumo de las raciones de paella. Por tanto, el bien “Y” es privado, y el bien “X” es público. La asignación óptima en sentido de Pareto se obtiene de:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max}_{x, y_1, \dots, y_n} U_1(x, y_1) \\ \text{s.a.} \quad U_2(x, y_2) = \bar{U}_2 \\ \quad \vdots \\ U_n(x, y_n) = \bar{U}_n \\ T(x, y) = 0 \end{array} \right\}$$

Donde “n” es el número total de consumidores

$$x = x_i, \forall i = 1, \dots, n$$

$$y_1 + y_2 + \dots + y_n = y.$$

LIBRO PROBLEMAS - EJERCICIO 5.14

La resolución de este problema conduce a las siguientes Condiciones de Primer Orden:

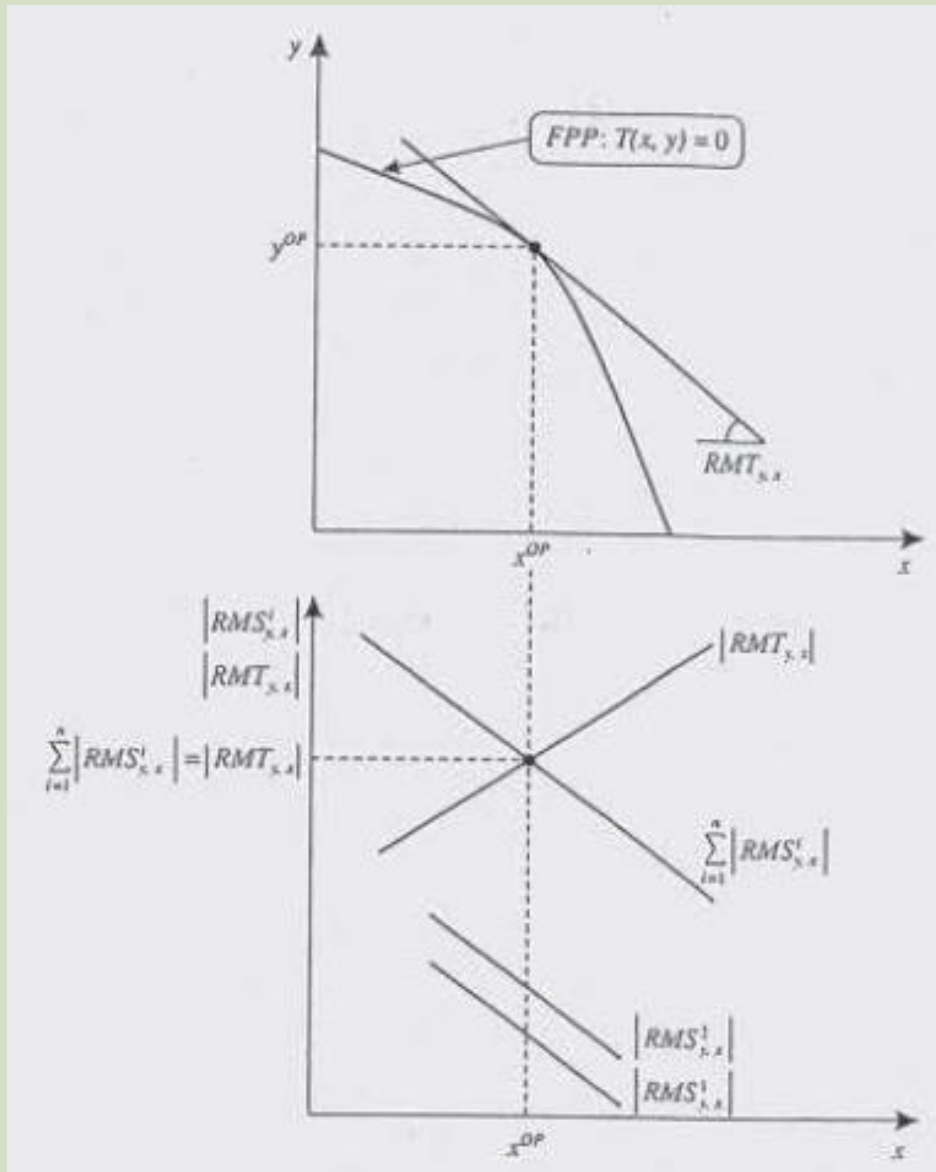
$$\left. \begin{aligned} |RMT_{y,x}| &= \sum_{i=1}^n |RMS_{y,x}^i| \\ T(x,y) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

*En este problema,
"T" representa la
FPP*

La asignación óptima en sentido de Pareto corresponde a aquel punto de la FPP en que la suma de las RMS individuales se iguala a la RMT.

Gráficamente, si la FPP es estrictamente cóncava y las preferencias de los consumidores son regulares, el óptimo de Pareto será de acuerdo al gráfico de la siguiente página.

LIBRO PROBLEMAS - EJERCICIO 5.14



En la parte superior aparece la FPP. En la parte inferior se representa:

- La $RMT(y,x)$, en valor absoluto, que es **creciente** con “x” (a medida que aumenta la producción del bien publico crece la cantidad del bien privado que es preciso dejar de producir para aumentar en una unidad adicional dicho bien publico)
- Las $RMS^i(y,x)$, de los individuos en valor absoluto, que son **decrecientes** con x (a medida que aumenta el consumo de bien publico decrece la cantidad de bien privado que cada individuo esta dispuesto a intercambiar por una unidad adicional de dicho bien publico).

LIBRO PROBLEMAS - EJERCICIO 5.14

El problema de maximización que realizan las autoridades de la localidad es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Max}_{x, y_1, \dots, y_{100}} & U_1 = xy_1^4 \\ \text{s.a.} & xy_2^4 = \bar{U}_2 \\ & \vdots \\ & xy_{100}^4 = \bar{U}_{100} \\ & 4x^2 + y^2 = 2.000 \end{array} \right\}$$

Y las Condiciones de Primer Orden:

$$\sum_{i=1}^{100} |RMS_{y,x}^i| = |RMT_{y,x}| \Rightarrow \sum_{i=1}^{100} \frac{y_i}{4x} = \frac{4x}{y} \equiv |RMT_{y,x}|$$

$$4x^2 + y^2 = 2.000$$

Para obtener la asignación óptima en el Sentido de Pareto, basta con resolver el sistema formado por estas dos condiciones. Como los individuos son idénticos:

$$\sum_{i=1}^{100} y_i = 100y_i = y$$

LIBRO PROBLEMAS - EJERCICIO 5.14

De forma que de la primera expresión obtenemos:

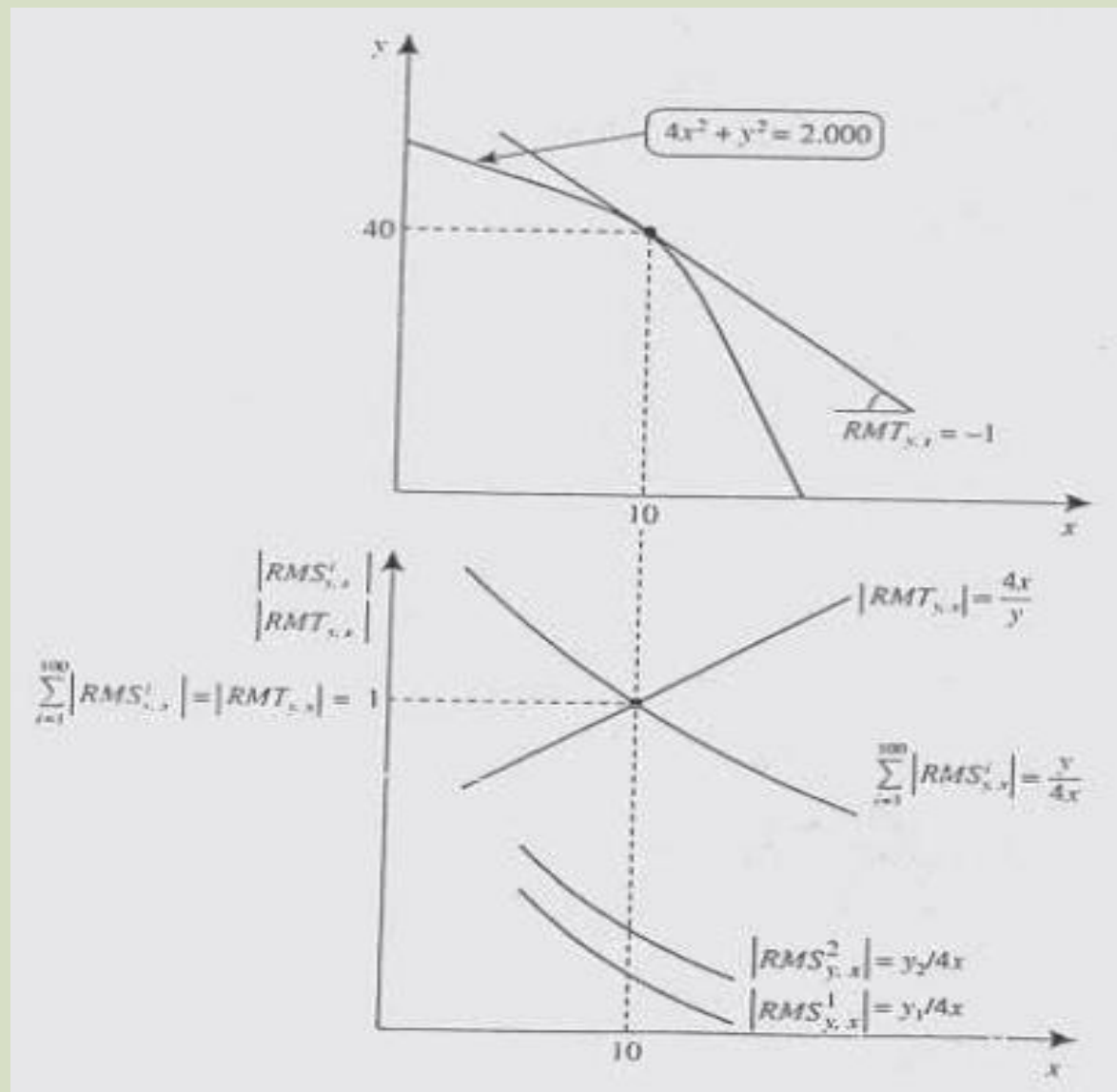
$$\sum_{i=1}^{100} \frac{y_i}{4x} = \frac{y}{4x} = \frac{4x}{y} \Rightarrow y^2 = 16x^2 \Rightarrow y = 4x$$

Y sustituyendo en la segunda expresión:

$$4x^2 + y^2 = 4x^2 + 16x^2 = 20x^2 = 2.000 \Rightarrow \begin{cases} x^{OP} = 10 \\ y^{OP} = 40 \end{cases}$$

Por tanto, en el óptimo, el Ayuntamiento de Turingia organizará 10 actuaciones y preparará 40 raciones de paella.

LIBRO PROBLEMAS - EJERCICIO 5.14



UNED

**GRACIAS POR VUESTRA
ATENCIÓN**

albduran@madridsur.uned.es