Ejercicio 1 Calcular la factorización LU de $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Para hacer a factorización LU de la matriz A , en primer lugar se calcula la matriz triangular superior U , y después la matriz triangular inferior normalizada L .

- Cálculo de la matriz U

Se realizan a la matriz A operaciones elementales de filas, hasta reducirla, por el método de Gauss, a una matriz triangular superior

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 - 4F_1 \rightarrow F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_1 \rightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = U$$

- Cálculo de la matriz L

Para calcular la matriz L se aplican a la matriz identidad las inversas de las transformaciones elementales de filas que se han utilizado para hallar U , en orden inverso.

Es decir, a la matriz identidad se le aplican las operaciones elementales de filas.

En primer lugar, $[F_3 - 2F_1 \rightarrow F_3]^{-1} = F_3 + 2F_1 \rightarrow F_3$

En segundo lugar $[F_2 - 4F_1 \rightarrow F_2]^{-1} = F_2 + 4F_1 \rightarrow F_2$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 + 2F_1 \rightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 + 4F_1 \rightarrow F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = L$$

- Comprobación

$$LU = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A$$

```
wxMaxima 13.04.2 [no guardado*]
Archivo  Editar  Celda  Maxima  Ecuaciones  Álgebra  Análisis  Simplificar  Gráficos  Numérico  Ayuda
[Icons]

(%i1) A:matrix([1,0,2],[4,3,5],[2,0,1]);
      [ 1 0 2 ]
(%o1) [ 4 3 5 ]
      [ 2 0 1 ]

(%i2) lu_factor(A);
      [ 1 0 2 ]
(%o2) [ 4 3 -3 ], [1,2,3], generalring ]
      [ 2 0 -3 ]

(%i6) get_lu_factors(%o2);
      [ 1 0 0 ] [ 1 0 0 ] [ 1 0 2 ]
(%o6) [ 0 1 0 ], [ 4 1 0 ], [ 0 3 -3 ]
      [ 0 0 1 ] [ 2 0 1 ] [ 0 0 -3 ]
```