

Ejercicio 2 Los conjuntos $U = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 + x_2 = 1\}$ y $V = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 - x_2 = 0\}$ verifican: A) Ambos son subespacios de $\mathbb{R}^2$; B) Sólo U es subespacio de $\mathbb{R}^2$; C) Sólo V es subespacio de $\mathbb{R}^2$; D) Ninguna de las anteriores.

Comentario: Los subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^n$ se pueden definir en forma implícita como las soluciones de un sistema homogéneo de ecuaciones lineales.

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

Comentario: Algunos elementos de U son, por ejemplo: $(1/2, 1/2)$, $(2, -1)$, $(-5, 6)$,

El conjunto U no tiene estructura de espacio vectorial. Bastaría ver que el elemento neutro $(0, 0)$ no pertenece a U . Tampoco es cierto que la suma de dos soluciones sea también solución, o que el resultado de multiplicar una solución por un escalar es también solución.

El conjunto V sí que es un subespacio vectorial. El conjunto de vectores de V son los múltiplos del vector $(1, 1)$.

$$V = \langle (1, 1) \rangle = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad \text{tal que} \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Comentario: Para hallar la solución general de la ecuación $x_1 - x_2 = 0$ se toma una de las incógnitas como parámetro $x_1 = x_2 = \lambda$

La respuesta correcta es **C)**