1

ÁLGEBRA

Curso 2023-2024

Enero 2024 B

allave@madrid.uned.es

PREGUNTAS CORTAS

1) (1 punto) Sea $\underline{a} \in \mathbb{R}$ y

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & a & 9 \\ 0 & 9 & 7 \end{pmatrix} \in M_{3\times 3}$$

Sabiendo que $\det(A) = 5$, calcule el determinante de la matriz ABA^t, donde

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 7 \\ -3 & 3a & 27 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nota: La matriz A^t denota la matriz traspuesta de A

Calculamos $\det(A)$ usando la regla de Sarrus

$$\det\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & a & 9 \\ 0 & 9 & 7 \end{pmatrix} = 14a + 0 + 0 - 0 - 162 - 7$$

$$= 14a - 169$$

Como $\det(A) = 5$

$$14a - 169 = 5 \Rightarrow 14a = 169 + 5$$

$$14a = 174 \Rightarrow a = \frac{174}{14} \Rightarrow \boxed{a = \frac{87}{7}}$$

$\boxed{\text{Luego veremos que es innecesario este cálculo}}$

- Calculamos det (B). Primero lo simplificamos usando las propiedades de los determinantes

$$\det(B) = \det\begin{pmatrix} 0 & 9 & 7 \\ -3 & 3a & 27 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = 3\det\begin{pmatrix} 0 & 9 & 7 \\ -1 & a & 9 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Observación: si cambiamos la 1ª fila por la 3ª fila obtenemos la matriz A. (Cuando se cambia una fila por otra el det cambia de signo)

$$= 3\left(-\det(A)\right) = 3\cdot(-5) = -15$$

- $\det(A \cdot B\, A^t) = \det(A)\det(B)\det(A^t)$

$$= \det(A)\cdot\det(B)\det(A) =$$

$$= 5\cdot(-15)\cdot 5 = \boxed{-375}$$

Comentario: no hubiera sido necesario calcular cuánto vale a.

Lo mejor es fijarse desde el principio que los determinantes de las matrices A y B están relacionados

```
(%i5)  A:matrix([2,-1,0],[-1,a,9],[0,9,7]);
```

(%o5) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & a & 9 \\ 0 & 9 & 7 \end{pmatrix}$

```
(%i8)  determinant(A);
```

(%o8) $2\,(7\,a-81)-7$

```
(%i9)  solve(determinant(A)=5, a);
```

(%o9) $\left[a=\frac{87}{7}\right]$

```
(%i10) B:matrix([0,9,7],[-3,3·a,27],[2,-1,0]);
```

(%o10) $\begin{pmatrix} 0 & 9 & 7 \\ -3 & 3\,a & 27 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

```
(%i11) determinant(B);
```

(%o11) $7\,(3-6\,a)+486$

```
(%i17) Expresion:determinant(A.B.transpose(A));
```

(%o17) $(3\,a-12)\,\Big((9\,(27\,a+189)-63)\,(a\,(3\,a^2+246)-9\,a+9$

$\Big(((-3\,a-6)\,a+54)\,(9\,(3\,a^2+246)+7\,(-a-2))-(9\,($

$(((-3\,a-6)\,a+54)\,(9\,(27\,a+189)-63)-(9\,(-3\,a-6$

```
(%i14) expand(%);
```

(%o14) $-8232\,a^{3}+298116\,a^{2}-3598686\,a+14480427$

```
(%i15) expand(determinant(B));
```

(%o15) $507-42\,a$

```
(%i21) ev(Expresion,a=87/7);
```

(%o21) -375

2 (1 punto) Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa:
Si A y B son matrices cuadradas simétricas tales que AB es también simétrica, entonces
$AB = BA$

Hipótesis
(1) A es simétrica $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $A = A^t$
(2) B es simétrica $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $B = B^t$
(3) AB es simétrica $\Longleftrightarrow$ $AB = (AB)^t = B^t A^t$

conclusión $AB = BA$

En efecto

$$AB \underset{(3)}{=} B^t A^t \underset{(1) \text{ y } (2)}{=} B \cdot A$$

3 (1 punto) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$ una aplicación lineal tal que $f(1,3) = (4,-6,0,7)$ y $f(-4,2) = (1,-1,0,2)$. Halle $f(0,42)$

Hay que escribir $(0,42)$ como una combinación lineal de $\{(1,3),(-4,2)\}$
Para ello, resolvemos un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

$$(0,42) = a(1,3) + b(-4,2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = a - 4b \\ 42 = 3a + 2b \end{cases} \Rightarrow$$

Usando el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & 0 \\ 3 & 2 & 42 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & 0 \\ 0 & 14 & 42 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{array}\right) \to \begin{cases} a - 4b = 0 \\ b = 3 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} a = 12 \\ b = 3 \end{cases}$$

De modo que

$$(0,42) = 12(1,3) + 3(-4,2)$$

aplicando la función lineal $\underline{f}$

$$f(0,42) = 12\, f(1,3) + 3\, f(-4,2)$$

$$= 12(4,-6,0,7) + 3(1,-1,0,2) =$$

$$= (51, -75, 0, 90)$$

4 (1 punto) Sea $V = \mathbb{R}^5$ y

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \in V \;:\; x_5 - 3 = -x_3 \right\}$$

Determine de manera razonada si el conjunto E es un subespacio vectorial de V.

E **NO** es un subespacio vectorial de V ya que es el conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales **NO** homogéneo

$$E = \{ x_5 + x_3 = 3 \}$$

Por ejemplo, la operación + no es cerrada en E

a) $\vec{v}_1 = (0,0,1,0,2) \in E$

$\vec{v}_2$ $(0,0\ 2,0,1) \in E$

Sin embargo, $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = (0,0,3,0\ 3) \notin E$

b) el elemento neutro $(0,0,0,0,0) \notin E$

etc. (hay muchas propiedades de la def de Espacio vectorial que no se cumplen)

5 (1 punto) En $\mathbb{R}^3$ se define el producto escalar $\bullet$, cuya matriz de Gram respecto de la base canónica es $G = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Calcule la norma del vector $(1,0,2)$ asociada al producto escalar $\bullet$.

Recordando la definición de norma asociada a un producto escalar

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\vec{v} \bullet \vec{v}}$$

$$\|(1,0,2)\| = \sqrt{(1,0,2)\cdot(1,0,2)}$$

Según la definición analítica del producto escalar usando la matriz de Gram

Recordatorio

$$(x_1\vec{e}_1 + x_2\vec{e}_2 + x_3\vec{e}_3)\cdot(y_1\vec{e}_1, y_2\vec{e}_2, y_3\vec{e}_3) =$$

$$= (x_1, x_2, x_3)\underbrace{\begin{pmatrix} \vec{e}_1\cdot\vec{e}_1 & \vec{e}_1\cdot\vec{e}_2 & \vec{e}_1\cdot\vec{e}_3 \\ \vec{e}_2\cdot\vec{e}_1 & \vec{e}_2\cdot\vec{e}_2 & \vec{e}_2\cdot\vec{e}_3 \\ \vec{e}_3\cdot\vec{e}_1 & \vec{e}_3\cdot\vec{e}_2 & \vec{e}_3\cdot\vec{e}_3 \end{pmatrix}}_{G}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$(1,0,2)\cdot(1,0,2) = (1,0,2)\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} =$$

$$= (4,3,5)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 14$$

por tanto

$$\boxed{\|(1,0,2)\| = \sqrt{14}}$$

```
(%i25) v:matrix([1,0,2]);
       G:matrix([2,3,1],[3,1,0],[1,0,2]);
       vT:transpose(v);
```

(%o23) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(%o24) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(%o25) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

```
(%i26) v.G.vT;
```

(%o26) 14

6) (1 punto) Determine de manera razonada si la siguiente aplicación $Q: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ define o no una forma cuadrática

$$Q(x,y,z) = 2xy - 5xz + xyz - x^2$$

Una forma cuadrática tiene una expresión analítica dada por un polinomio en el que todos sus términos son de grado dos

$$Q(x,y,z) = (x,y,z)\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}}_{\text{matriz simétrica}}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} =$$

$$= a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + a_{22}y^2 + 2a_{23}yz + a_{33}z^2$$

En nuestro caso hay un término "xyz" que es de grado tres, luego

Q <u>NO</u> es una forma cuadrática

PROBLEMAS

7) (2 puntos) Consideremos la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por

$$f(x,y,z) = (x+3y, -x, y-z)$$

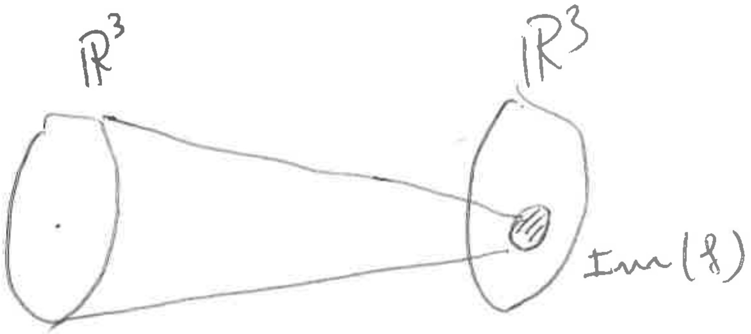
- Calcule el subespacio imagen asociado a f e indique la dimensión de dicho subespacio. (0,5 puntos)
- Calcule el subespacio $Nuc(f \circ f)$ e indique la dimensión de dicho subespacio (1 punto)
- Justifique si es cierta la siguiente afirmación (0,5 puntos)

$$\dim(Im(f\circ f)) + \dim(Nuc(f \circ f)) = 3$$

Escribimos la aplicación f con notación matricial

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+3y \\ -x \\ y-z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

El conjunto $Img(f)$ es ~~el~~ subespacio vectorial del conjunto final generado por los transformados de la base del conjunto inicial



ya que $f(\vec{x}) = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + x_3\vec{e_3}$

$$= x_1 f(\vec{e_1}) + x_2 f(\vec{e_2}) + x_3 f(\vec{e_3}) \in$$

$$\in \langle f(\vec{e_1}), f(\vec{e_2}), f(\vec{e_3}) \rangle$$

Es decir

$$\boxed{Im(f) = \langle f(\vec{e_1}), f(\vec{e_2}), f(\vec{e_3}) \rangle}$$

En nuestro caso, los transformados de los elementos de la base

$$f\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix};\ f\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix};\ f\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}$$

Los transformados de la base son las columnas de la matriz de la aplicación

$$Im(f) = \left\langle \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix} \right\rangle$$

Así pues $\boxed{\dim(Im(f)) = \text{ran}(A)}$

Para estudiar el rango buscamos un sistema de generadores escalonado de $Im(f)$ hallando la matriz escalonada de A por el método de Gauss

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

así pues

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

así pues

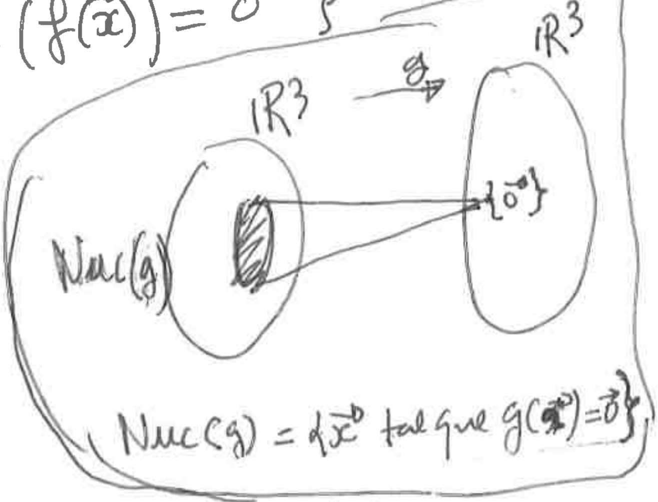
$$\dim(Im(f)) = ran(A) = 3$$

por consiguiente

$$Im(f) = \mathbb{R}^3$$

$$Nuc(f \circ f) = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que } f \circ f(\vec{x}) = \vec{0} \}$$

$$= \{ \vec{x} \in \mathbb{R} \text{ tal que } f(f(\vec{x})) = \vec{0} \}$$



Recordatorio:

Vemos como es $f \circ f(\vec{x}) = f(f(\vec{x}))$

$$f(f(\vec{x})) = f\begin{pmatrix} x+3y \\ -x \\ y-z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x+3y)+3\cdot(-x) \\ -(x+3y) \\ -x-(y-z) \end{pmatrix} =$$

Comentario:

$$f\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha+3\beta \\ -\alpha \\ \beta-\gamma \end{pmatrix}$$

Letras son mudas

$$= \begin{pmatrix} -2x+3y \\ -x-3y \\ -x-y+z \end{pmatrix} =$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}}_{A^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A(A\vec{x}) = A^2\vec{x}$$

Comprobación:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{Nuc}(f \circ f) = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que } \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

como
$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ el sistema es compatible determinado. sol. única $= \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

Por tanto

$$\boxed{\begin{array}{l} Nuc(f \circ f) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \\ \\ \dim(Nuc(f \circ f)) = 0 \end{array}}$$

- En general el teorema de la dimensión dice [pág 111]

$$\dim[Im(g)] + \dim[Nuc(g)] = \dim[\text{Inicial}]$$

En nuestro caso $g = f \circ f$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dim Im(f \circ f) = 3 \\ \dim Nuc(f \circ f) = 0 \\ \dim(\text{Inicial}) = 3 \end{array} \right.$$

(%i1) A:matrix([1,3,0],[-1,0,0],[0,1,-1]);

(%o1)
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(%i2) rank(A);

(%o2) 3

(%i3) columnspace(A);

(%o3)
$$\mathrm{span}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

(%i4) B:A.A;

(%o4)
$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(%i5) nullspace(B);

(%o5) span(?)

(%i6) rank(B);

(%o6) 3

8) (2 puntos) Sea $b \neq 0$ considere la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- Estudie si A es diagonalizable cuando $a \neq 2$ y $a \neq -2$ (0,5 puntos)
- Estudie si A es diagonalizable cuando $a = 2$ y $a = -2$ (1,5 puntos)

Nota: En los casos en los que la matriz sea diagonalizable no es necesario calcular la matriz diagonal

Haremos un estudio general de la posible diagonalización de A

- polinomio característico

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I) = \det\begin{pmatrix} a-\lambda & b & 0 \\ 0 & -2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{pmatrix}$$

$$= (a-\lambda)(-2-\lambda)(2-\lambda)$$

- Autovalores $p(\lambda) = 0$

$$\boxed{\lambda = a \; ; \quad \lambda = 2 \; ; \quad \lambda = -2}$$

Comentario: En una matriz triangular los autovalores son los elementos de la diagonal

1) Si $a \neq 2$ y $a \neq -2$, la matriz A tiene tres autovalores distintos y es por tanto, A es diagonalizable

2) Si $a = 2$ o $a = -2$ hay autovalores con multiplicidad 2. Por consiguiente hay que estudiar la dimensión de los correspondientes autoespacios

Si $\boxed{a=2}$

$$E(2) = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ tales que } \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\operatorname{ran}(A-2I)=1} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Este es un sistema de 1 ecuación con 3 incógnitas; por tanto, es espacio de las soluciones es de dimensión 2. En este caso

Como $E(2) = \text{multiplicidad}(2) = 2$

La matriz A es diagonalizable

Si $\boxed{a=-2}$

$$E(-2)=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \text{ tal que } \begin{pmatrix}0 & b & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right\}$$

En esta situación distinguimos dos casos

Si $b=0$

$\operatorname{ran}(A-(-2)I)=1$

$\Rightarrow \dim(E(-2))=2=$ multiplicidad(-2)

y la matriz A es diagonalizable

Si $b\neq 0$

$\operatorname{ran}(A-(-2)I)=2$

$\Rightarrow \dim(E(-2)=1\neq$ multiplicidad(-2)

A No es diagonalizable

```
load(eigen);
```

/usr/local/Cellar/maxima/5.46.0_3/share/maxima/5.46.0/share/matrix/eigen.mac

```
A2:matrix([2,b,0],[0,-2,0],[0,0,2]);
```

$$\begin{pmatrix} 2 & b & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

```
eigenvalues(A2);
```

$$[[-2,2],[1,2]]$$

```
eigenvectors(A2);
```

$$[[[-2,2],[1,2]],\ [[[1,-\frac{4}{b},0]],[[1,0,0],[0,0,1]]]]$$

```
Amenos2bcero:matrix([-2,0,0],[0,-2,0],[0,0,2]);
```

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

```
eigenvalues(Amenos2bcero);
```

$$[[-2,2],[2,1]]$$

```
eigenvectors(Amenos2bcero);
```

$$[[[-2,2],[2,1]],\ [[[1,0,0],[0,1,0]],[[0,0,1]]]]$$

```
load(diag);
```

/usr/local/Cellar/maxima/5.46.0_3/share/maxima/5.46.0/share/contrib/diag.mac

```
jordanAmenos2bcero:jordan(Amenos2bcero);
```

$$[[-2,1,1],[2,1]]$$

```
dispJordan(jordanAmenos2bcero);
```

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

```
jordanA2:jordan(A2);
```

$$[[-2,1],[2,1,1]]$$

```
dispJordan(jordanA2);
```

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

```
Amenos2b:matrix([-2,b,0],[0,-2,0],[0,0,2]);
```

$$\begin{pmatrix} -2 & b & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

```
jordanAmenos2b:jordan(Amenos2b);
```

$$[[-2,2],[2,1]]$$

```
dispJordan(jordanAmenos2b);
```

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

```
A2bcero:matrix([2,0,0],[0,-2,0],[0,0,2]);
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

```
eigenvectors(A2bcero);
```

$$[[[-2,2],[1,2]],$$
$$[[[0,1,0]],[[1,0,0],[0,0,1]]]]$$

```
jordanA2bcero:jordan(A2bcero);
```

$$[[-2,1],[2,1,1]]$$

```
dispJordan(jordanA2bcero);
```

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$